

Universidad del Papaloapan

Campus Tuxtepec

INGENIERÍA EN ALIMENTOS

TESIS

**ESTIMACIÓN DE SALIDAS NO MEDIBLES EN SISTEMAS
EXPERIMENTALES MEDIANTE OBSERVADORES RICCATI.**

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO EN ALIMENTOS

PRESENTA:
JUANA FÉLIX CABRERA

DIRECTOR:
DR. JESÚS CARRILLO AHUMADA (UNPA)

CO-DIRECTOR:
DR. RAÚL COLORADO PERALTA (UNIVERSIDAD
VERACRUZANA, FCQ-ORIZABA)

SAN JUAN BAUTISTA TUXTEPEC, OAXACA, 2022



Universidad del Papaloapan

San Juan Bautista Tuxtepec, Oaxaca a 04 de julio de 2021

DR. ANDRÉS AGUIRRE CRUZ
JEFE DE LA CARRERA DE INGENIERÍA EN ALIMENTOS
UNIVERSIDAD DEL PAPALOAPAN

Me permito informar a Usted que después de haber revisado la tesis titulada **“Estimación de salidas no medibles en sistemas experimentales mediante observadores Riccati”**, presentada por la **C. Juana Félix Cabrera**, y corroborado que el sustentante atendió las observaciones pertinentes, considero que, SI cumple con los requisitos para presentar el examen y obtener el título de Ingeniero en Alimentos, por lo cual SI otorgo mi voto aprobatorio para continuar con la impresión de la tesis.

Agradeciendo la atención al presente, quedo a sus apreciables órdenes.

Dr. Cirilo Nolasco Hipólito

PROFESOR-INVESTIGADOR
UNIVERSIDAD DEL PAPALOAPAN

c.c.p. alumno/director
archivo

OAXACA



Universidad del Papaloapan

San Juan Bautista Tuxtepec, Oaxaca a 04 de julio de 2021

DR. ANDRÉS AGUIRRE CRUZ
JEFE DE LA CARRERA DE INGENIERÍA EN ALIMENTOS
UNIVERSIDAD DEL PAPALOAPAN

Me permito informar a Usted que después de haber revisado la tesis titulada **“Estimación de salidas no medibles en sistemas experimentales mediante observadores Riccati”**, presentada por la **C. Juana Félix Cabrera**, y corroborado que el sustentante atendió las observaciones pertinentes, considero que, SI cumple con los requisitos para presentar el examen y obtener el título de Ingeniero en Alimentos, por lo cual SI otorgo mi voto aprobatorio para continuar con la impresión de la tesis.

Agradeciendo la atención al presente, quedo a sus apreciables órdenes.

Dr. Lucio Abel Vázquez León
PROFESOR-INVESTIGADOR
UNIVERSIDAD DEL PAPALOAPAN

c.c.p. alumno/director
archivo

OAXACA



Universidad del Papaloapan

San Juan Bautista Tuxtepec, Oaxaca a 04 de julio de 2021

DR. ANDRÉS AGUIRRE CRUZ
JEFE DE LA CARRERA DE INGENIERÍA EN ALIMENTOS
UNIVERSIDAD DEL PAPAN

Me permito informar a Usted que después de haber revisado la tesis titulada “**Estimación de salidas no medibles en sistemas experimentales mediante observadores Riccati**”, presentada por la **C. Juana Félix Cabrera**, y corroborado que el sustentante atendió las observaciones pertinentes, considero que, SI cumple con los requisitos para presentar el examen y obtener el título de Ingeniero en Alimentos, por lo cual SI otorgo mi voto aprobatorio para continuar con la impresión de la tesis.

Agradeciendo la atención al presente, quedo a sus apreciables órdenes.

M.C. Fernando Zapot Hazas
PROFESOR-INVESTIGADOR
UNIVERSIDAD DEL PAPAN

c.c.p. alumno/director
archivo

OAXACA



UNIVERSIDAD DEL PAPALOAPAN

CAMPUS TUXTEPEC

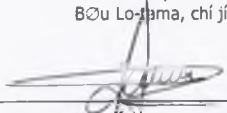
San Juan Bautista Tuxtepec, Oax., a 11 de julio de 2022

LIC. YESENIA BARRIENTOS ARENAL
JEFA DEL DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES

Sirva la presente para informarle que los miembros de la Comisión Revisora del trabajo de tesis de la **C. JUANA FELIX CABRERA** pasante de la carrera de Ingeniería en Alimentos con número de matrícula **17070457**, revisó y aprobó el trabajo de investigación denominado **"ESTIMACIÓN DE SALIDAS NO MEDIBLES EN SISTEMAS EXPERIMENTALES MEDIANTE OBSERVADORES RICCATI"**, mismo que será presentado como prueba escrita del acto de recepción profesional, para obtener el Título de Ingeniero en Alimentos.

Por lo anterior y de acuerdo a los lineamientos institucionales, se le da trámite legal para que proceda a su impresión el trabajo presentado.

Atentamente
terra uberrima, mens aperta
Bou Lo-tama, chí jí jú


DR. ANDRÉS AGUIRRE CRUZ
JEFE DE CARRERA
INGENIERÍA EN ALIMENTOS

U.b:
fig.

c.c.p. M.C. Héctor López Arjona / Vicerrector Académico. Para su conocimiento
c.c.p. Archivo



Universidad del Papaloapan Campus Tuxtepec. Circuito Central No. 200. Col. Parque Industrial, C.P.
68301, Tuxtepec, Oax. Tel: 01 287 87 5 92 40. www.unpa.edu.mx



UNIVERSIDAD DEL PAPALOAPAN

CAMPUS TUXTEPEC

San Juan Bautista Tuxtepec, Oax., a 11 de julio de 2022

LIC. YESENIA BARRIENTOS ARENAL
JEFA DEL DEPTO. DE SERVICIOS ESCOLARES

Por medio de la presente le informo que la Jefatura de Carrera a mi cargo, ha tenido a bien designar como sinodales a los profesores investigadores:

TITULAR

Dr. Cirilo Nolasco Hipólito	Presidente
Dr. Jesús Carrillo Ahumada	Secretario
Dr. Lucio Abel Vázquez León	Vocal

SUPLENTE:

MC. Fernando Zapot Hazas
Dr. Oscar Núñez Gaona

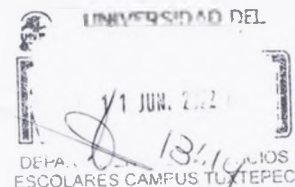
Para fungir como sinodales en el examen profesional del **C. JUANA FELIX CABRERA**, pasante de la carrera de Ingeniería en Alimentos con número de matrícula **17070457** para obtener el Título de Ingeniero en Alimentos.

Sin otro asunto, reciba un cordial saludo.

Atentamente

terra uberrima, mens aperta
Il Zū lo-tama, chi ji jū

DR. ANDRÉS AGUIRRE CRUZ
JEFE DE CARRERA
INGENIERÍA EN ALIMENTOS



c.c.p. M.C. Héctor López Arjona / Vicerrector Académico. Para su conocimiento
c.c.p. Archivo

El presente trabajo no ha sido aceptado o empleado para el otorgamiento de título o grado diferente o adicional al actual. La tesis es resultado de las investigaciones del autor, excepto donde se indican las fuentes de información consultadas. El autor otorga su consentimiento a la **Universidad del Papaloapan** para la reproducción del documento con el fin del intercambio bibliotecario siempre y cuando se indique la fuente.

Agradecimientos.

En primer lugar, tengo que agradecer a mis directores de tesis, el **Dr. Jesús Carrillo Ahumada** y el **Dr. Raúl Colorado Peralta** por haberme brindado la oportunidad de realizar este trabajo y dirigirlo, sin su experiencia, dedicación y críticas constructivas, no hubiese sido posible realizarla.

A los docentes que aportaron su conocimiento y tiempo para la revisión de este trabajo: **Dr. Cirilo Nolasco Hipólito**, **Dr. Lucio Abel Vázquez León, M.C. Fernando Zapot Haza**, **Dr. Oscar Núñez Gaona** y el **Dr. Miguel Ángel García Muñoz**.

A todos los docentes que me acompañaron durante toda esta travesía en la universidad, compartiéndome su conocimiento para forjarme en el ámbito laboral.

A mi familia, fieles creyentes de mi capacidad, dándome su apoyo incondicional a lo largo de estos 5 años de carrera: mi madre, **Carmela Cabrera Velasco** y a mis tíos: **María Cabrera Velasco**, **Laura Giselda Cabrera Velasco** y **Antonio Ramírez Avendaño**.

A mis amigas **Lizeth**, **Concepción**, **Fernanda** y **Rebeca**, por hacer de la universidad un segundo hogar, porque su ánimo, ayuda y compañía han sido ingredientes necesarios para que yo pudiera terminar con la Tesis.

Dedicatorias.

*A mi madre **Carmela**, por brindarme la oportunidad de estudiar, por enseñarme a no rendirme y mantenerme fuerte, por todo el trabajo que ha realizado como madre. También por su amor incondicional y por esforzarse cada día para que a mí no me faltara nada.*

*A mi padre **Felipe (†)**, por querer una vida mejor para su familia. Que, aunque Dios me lo presto poco tiempo, fue pilar importante en este logro.*

*A mi tía **María**, por su apoyo, por ofrecerme todo su cariño como una segunda madre y creer en mí.*

*A mi tía **Laura**, por todo el apoyo que me ofreció a lo largo de esta etapa, por enseñarme que cuando uno realmente se quiere superar y salir adelante, con agallas y fuerza, todo es posible.*

*A mi tío **Antonio**, por todo su cariño y apoyo durante este tiempo.*

Índice general

Índice de figuras	12
Índice de tablas	13
Resumen	14
Abstract	15
Nomenclatura	16
1. Introducción	18
1.1. Importancia de la experimentación	18
1.2. Sensores en la Industria alimentaria	19
2. Identificación del sistema	27
3. Modelos matemáticos	27
3.1. Identificación de modelos lineales a partir de datos experimentales	28
4. Diferencia entre Estimadores y Observadores de Estado	29
4.1. Estimación de estados	29
4.2. Observadores de estado	30
4.2.1. Generalidades de observadores de estado	31
4.2.2. Sintonización de observadores	32
4.2.3. Metodología del criterio de Riccati de sintonización	32
4.2.4. Estructura de observador proporcional	33
5. Observabilidad	34
5.1. Observabilidad completa de sistemas en tiempo continuo.	35
5.1.1. Forma canónica observable	36
6. Representaciones en el espacio de estados de sistemas definidos por su función de transferencia	38
6.1. Representación en el espacio de estados en formas canónicas	38
6.1.1. Forma canónica controlable	38
II. Justificación	39
III. Hipótesis	40
IV. Objetivos	40
7. Objetivo General	40
7.1. Objetivos Específicos	40
V. Metodología	41
8. Casos de estudio	44
8.1. Modelo no lineal del biorreactor de Cholette	44
8.2. Problema con un modelo de un sistema dinámico: Biorreactor Benchmark linealización	46
9. Resultados	47

9.1. Problema con datos experimentales: Biorreactor de Cholette	47
9.2. Resultados. Biorreactor Benchmark	55
9.2.1. Simulación numérica del modelo no lineal	55
9.2.2. Simulación numérica del sistema linealizado con observador proporcional	58
10. Métricas de desempeño	61
11. Conclusión	64
VI. Bibliografía	65
Anexos	71

Índice de figuras

Figura 1. Modelo general de un proceso o sistema	18
Figura 2. Diagrama de bloque del sistema y del observador de estado de orden completo, cuando la entrada u y la salida y son escalares.	31
Figura 3. Representación de un sistema experimental con un observador.	32
Figura 4. Incremento del rango del sistema dependiente del número de salidas.	42
Figura 5. Metodología general del trabajo de investigación.	43
Figura 6. Biorreactor de Cholette	44
Figura 7. Tanque de reacción con las mismas tasas de entrada y salida	46
Figura 8. Dinámica del biorreactor de Cholette en el punto de operación a) $cf = 0.023\text{kmol m}^{-3}$. y $cf = 6.0\text{kmol m}^{-3}$.	48
Figura 9. Dinámica del biorreactor de Cholette en el punto de operación b) $cf = 0.023\text{kmol m}^{-3}$. y $cf = 0.045\text{kmol m}^{-3}$.	48
Figura 10. Valores de Eigmax obtenidos por la combinación de 4×10^5 veces los valores de Q y R el marcador en verde es el elegido ya que presenta mayor estabilidad	53
Figura 11. Estimación de estados del observador de orden completo	54
Figura 12. Simulación numérica de masa de células en dominio del tiempo	56
Figura 13. Simulación numérica del sustrato en dominio del tiempo	56
Figura 14. Simulación numérica del sustrato vs. Masa de células	57
Figura 15. Simulación numérica del sistema lineal con observador vs. Sistema lineal para sustrato	60
Figura 16. Simulación numérica del sistema lineal con observador vs. Sistema lineal para sustrato	60
Figura 17. Sumatoria del cuadrado del error (sustrato) vs Eigmax	61
Figura 18. Sumatoria del cuadrado del error (masa de células) vs Eigmax	62
Figura 19. Sumatoria del cuadrado del error (masa de células) vs. Sumatoria del cuadrado del error (sustrato)	62
Figura 20. Sumatoria del cuadrado del error (masa de células) vs. Sumatoria del cuadrado del error (sustrato) vs. Eigmax	63

Índice de tablas

Tabla 1. Importancia de la medición para la operación de fabricación.	25
Tabla 2. Aplicaciones de observadores.	37
Tabla 3. Valores numéricos de las sumatorias del cuadrado del error	54

Resumen

En la ingeniería en alimentos, la experimentación desempeña un papel importante en el diseño de nuevos productos, el desarrollo de procesos de manufactura y el mejoramiento de procesos, pero en la práctica no todas las variables están disponibles ya que se requiere de equipo sofisticado para evaluarlas o en algunos casos no se cuenta con el equipo suficiente para realizar las determinaciones. Esta situación se debe principalmente a los costos elevados de los equipos o bien cuando el equipo no se encuentra disponible por razones ajenas al experimentador. Para resolver este problema existe una alternativa factible, la cual consiste en colocar observadores de estado. Los Observadores de estado se han utilizado para medir las variables de salida y de control de un sistema, principalmente para estimar sus estados y por ende el estado del sistema en general.

El objetivo de este trabajo fue obtener el valor numérico de las salidas no-medibles de un sistema experimental mediante la sintonización de observadores proporcionales Riccati. Para ello se utilizaron dos sistemas experimentales, uno donde se carece de un instrumento de medición, y el segundo de una manera más conservadora para un sistema donde se conoce el sistema a observar.

Como resultado, se obtuvo para ambos casos, garantía de estabilidad del sistema-observador, las métricas de desempeño y una gran cantidad de posibilidades que pueden ser utilizadas por el diseñador.

Palabras clave: experimentación, biorreactor, observador de estado, Riccati, proporcional.

Abstract

In food engineering, experimentation plays an important role in the design of new products, the development of manufacturing processes and the improvement of processes, but in practice not all variables are available since sophisticated equipment is required to evaluate them or in some cases there is not enough equipment to carry out the determinations, this situation is mainly due to the high costs of the equipment or when the equipment is not available for reasons beyond the control of the experimenter. To solve this problem, there is a feasible alternative, which is to place state observers. State observers have been used to measure the output and control variables of a system, mainly to estimate its states and therefore, the general state of the system.

The objective of this work was to obtain the numerical value of the non-measurable outputs of an experimental system by tuning Riccati proportional observers. For this, two experimental systems were used, one where a measurement instrument is lacking, and the second in a more conservative way for a system where the system to be observed is known.

As a result, for both cases, a guarantee of stability of the system-observer was obtained, the performance metrics and many possibilities that can be used by the designer.

Keywords: experimentation, bioreactor, state observer, Riccati, proportional.

Nomenclatura

$\mathbf{a} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$	Matriz dinámica del vector de estado del sistema
\mathbf{A}	Matriz dinámica del vector aumentado de estado del sistema en lazo cerrado
$\mathbf{b}_2 \in \mathfrak{R}^{n \times c}$	Matriz dinámica del vector de entrada de control del sistema
\mathbf{B}_2	Matriz dinámica del vector de entrada de control del sistema en lazo cerrado
$\mathbf{c}_2 \in \mathfrak{R}^{o \times n}$	Matriz dinámica de estado del vector de salida relacionada al desempeño del controlador
$\mathbf{d}_{22} \in \mathfrak{R}^{o \times c}$	Matriz dinámica del vector de entradas de control del vector de salida relacionada
\mathbf{G}	Matriz generalizada del proceso
$\mathbf{G}(s)$	Transformada de Laplace de la matriz de transferencia del proceso
k_I	Ganancia integral
k_P	Ganancia proporcional
k_1	Máxima velocidad cinética
k_2	Parámetro de inhibición
K_S	Constante del proceso
K_1	Constante del proceso

K_2	Constante del proceso
K_e	Matriz de ganancias del observador
m	Dimensión de la entrada exógena (señales de disturbio, entradas de referencia)
n	Dimensión del estado
\mathbf{N}	Matriz simétrica
o	Dimensión de la salida relacionada al desempeño del sistema
p	Constante de tiempo de la dinámica del numerador ceros del sistema
\mathbf{Q}	Matriz de ponderación simétrica y definida positiva
$\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^{ex1}$	Vector de entrada de control
$\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^{nx1}$	Vector de estado del sistema
\mathbf{X}	Vector de estado aumentado del sistema
$\tilde{\mathbf{x}}$	Vector de estado estimado
$\mathbf{y} \in \mathfrak{R}^{rx1}$	Vector de salida medida disponible para el controlador
τ_I	Constante de tiempo integral

1. Introducción

1.1. Importancia de la experimentación

Los investigadores de prácticamente todos los campos de estudios realizan experimentos, por lo general para describir algo acerca de un proceso o sistema en particular. Un experimento se define como una prueba o serie de pruebas en las que se hacen cambios en las variables de entrada de un proceso o sistema para observar o identificar las razones de los cambios que pudieran observarse en la respuesta de salida.

De manera general los experimentos nos sirven para estudiar el desempeño de procesos y sistemas. El proceso o sistema puede representarse con el modelo ilustrado en la Figura 1. Tal proceso puede interpretarse como una combinación de equipos, métodos, personas u otros medios que transforman cierta entrada en una salida que tiene una o más respuestas observables. Algunas variables del sistema x_1, x_2, \dots, x_p son controlables, mientras que otras z_1, z_2, \dots, z_q son no controlables (Douglas, 2002).

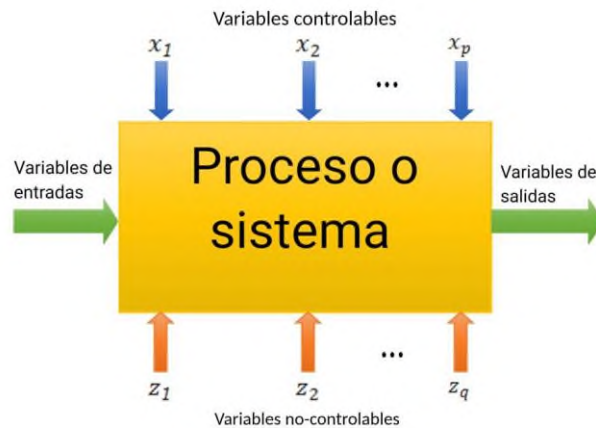


Figura 1. Modelo general de un proceso o sistema

Los datos obtenidos en la inmensa mayoría de los experimentos científicos pueden servir a cualquiera de dos objetivos, que además no se excluyen mutuamente:

1. Acumulación de hechos adecuadamente documentados sobre un problema específico.
2. Discriminación entre varias hipótesis que pretenden explicar un mismo

proceso o segmento de la naturaleza.

La experimentación, se puede llevar a cabo a nivel laboratorio o industrial mediante el uso de instrumentos de medición. Un instrumento es un aparato o dispositivo que sirve para buscar, medir, observar y almacenar datos reproducibles y verificables en donde su funcionamiento se basa en algún principio físico, relación o tecnología. Los datos suministrados por un instrumento científico son, por lo general, conjuntos de medidas numéricas que dan información sobre propiedades o fenómenos relativos a observaciones o experimentos de diversos aspectos de la realidad. Por ello los instrumentos científicos podrían clasificarse en- instrumentos de medida (como el cronómetro), instrumentos de observación (como el microscopio) o instrumentos que permiten ambas cosas (como el -espectrofotómetro). Específicamente, a nivel sistema piloto o industrial, se utilizan sensores y transmisores para realizar las operaciones de medición en un sistema. En el sensor se produce un fenómeno mecánico, eléctrico o similar, el cual se relaciona con la variable de proceso que se mide; el transmisor a su vez convierte este fenómeno en una señal que se pueda transmitir y por lo tanto ésta tiene relación con la variable de proceso (Smith *et al*, 1991).

En la ingeniería en alimentos, la experimentación desempeña un papel importante en el diseño de nuevos productos, el desarrollo de procesos de manufactura y el mejoramiento de procesos. El objetivo en muchos casos sería desarrollar un proceso robusto, es decir, un proceso en el cual se vea afectado en forma mínima por fuentes de variabilidad externas.

1.2. Sensores en la Industria alimentaria

El procesamiento de alimentos y su tecnología de control se han desarrollado junto con la diversificación de las demandas del consumidor, para llegar a esto es necesario implementar nuevas tecnologías, crear nuevos instrumentos capaces de medir y simplificar el trabajo.

El uso de instrumentos para la medición nos proporciona mayor precisión, y en la industria alimentaria es importante para conocer características físicas, químicas, y microbiológicas en el alimento. La frescura de la carne, la carga

microbiana de la carne y productos cárnicos, medir el pH en los productos lácteos, son algunos ejemplos, así como también saber el contenido de humedad indispensable para el procesamiento de pescado, todos y cada uno de estos conocimientos que se obtienen a través de la medición son de vital importancia ya que se ven reflejados en la calidad del alimento (Ohashi & karube, 1993).

La comida cotidiana en una sociedad industrializada depende no solo de la agricultura y pesca, sino también de un procesamiento eficiente de alimentos. Pocas personas procesan sus propios cereales, preservan y almacenan sus frutas y verduras desde la cosecha hasta el consumo, baten sus mantequillas, fermentan la leche para convertirla en yogurt y cereales en cerveza, convierten carcasas de carne en articulaciones, salchichas y patés, o semillas de mostaza para preparar acompañamientos de comidas.

En las primeras etapas de la industrialización del procesamiento de alimentos, la competencia entre bienes manufacturados se centraba en el precio al que se ofrecieron; ahora la calidad y la seguridad están en primer plano.

El desarrollo y la aplicación práctica de sensores e instrumentos se han convertido en los elementos clave para cumplir con las expectativas del consumidor en la industria de alimentos para proporcionar productos asequibles, agradables, seguros y nutritivos. Esto ha impulsado el desarrollo de una gama más amplia de sensores e instrumentos adecuado para mediciones *on-line* y *at-line* en la industria alimentaria. Pero es necesario tener un enfoque interdisciplinario tomando en cuenta la interacción entre el método instrumental y las propiedades químicas y físicas de los alimentos y su entorno (más allá de las variables a determinar). Esto se aplica también a la evaluación de frescura de los alimentos o, por el contrario, a la determinación y predicción de cambios debido a la actividad microbiana o procesos oxidativos.

El costo de los instrumentos es un tema importante que hay que tener presente. La industria alimentaria no puede permitirse el lujo de comprar los mejores instrumentos a cualquier precio y como consecuencia existe una restricción en el diseño de instrumentación, es por ello que el precio del sensor o instrumento será importante en la decisión de compra (Kress *et al*, 2001).

El control de calidad es esencial en la industria alimentaria, y el aseguramiento eficiente de la calidad es cada vez más importante. Cada alimento tiene que ser seguro, saludable y atractivo en apariencia, sabor y textura, y debe ser consistente con la imagen del producto, de lo contrario el consumidor lo interpretará como un defecto.

El procesamiento de alimentos tiene dos propósitos principales, el primero es la conversión de productos agrícolas (o de pescado, caza y alimentos recolectados) en alimentos sabrosos, atractivos, digeribles y seguros, el segundo propósito es la preservación de los alimentos para disponibilidad fuera de temporada, y para el transporte a zonas alejadas de los productores agrícolas.

El control automático del proceso desempeña un papel esencial para mantener la viabilidad comercial de una operación de fabricación de alimentos frente a los cambios en el mercado de alimentos y en la estructura de la industria alimentaria. Pero cualquiera que sea el sistema de control a utilizar, aún tiene que limitarse a un pequeño número de variables de producto. Por lo tanto, lo que se busca es encontrar métodos rentables para la evaluación rápida, y preferiblemente la medición durante el proceso sin que se llegue a interrumpir, de las propiedades químicas y físicas y el estado microbiano de materias primas, flujos de proceso y productos finales, otro punto muy importante es reducir los tiempos de espera, porque aunque un método de laboratorio proporciona un resultado dentro de una hora de tomar una muestra de la línea, en ese tiempo quizás una tonelada de producto o más de 10000 frascos, latas o los paquetes de alimentos ya habrán pasado la línea de producción (Kress *et al*, 2001). Y el costo de reproceso o eliminación para tal cantidad es considerable. Tiempos de espera prolongados para esperar el resultado de ensayos, como parte regular del proceso, disminuye los beneficios del procesamiento continuo. Los tiempos de espera actualmente se observan alrededor de ocho horas antes de llenar ciertos alimentos esterilizados (Kress *et al*, 2001).

Los instrumentos para mediciones en el control de calidad y en el control de las operaciones de procesamiento en la industria alimentaria a menudo son el resultado de la transferencia de tecnología de otras industrias. Cada instrumento tiene un rango de área de aplicación adecuada, en donde su funcionamiento será óptimo y se obtendrán mediciones correctas.

Cada sensor se diseña dependiendo del objetivo de medición, ya que los sensores se ven afectados por condiciones desafiantes, muchos alimentos son altamente complejos en su composición química y en su estructura física. Las fases gaseosas, líquidas y sólidas pueden coexistir en el mismo producto. Cada fase puede incorporar muchos compuestos químicos diferentes. Una fase se puede dispersar finamente en otra, o las muestras pueden ser altamente no homogéneas o incluso separadas. La temporada, la región de origen, las condiciones de cosecha y almacenamiento, así como los pasos de procesamiento (como la fermentación de los granos de cacao) influyen en las propiedades de las materias primas provocando que las muestras sean altamente variables. Pero también es necesario tomar conciencia de las condiciones hostiles que se llegan a presentar durante el procesamiento de los alimentos, condiciones como un elevado pH (en soluciones de limpieza caustica) o un pH bajo (vinagre o jugos cítricos), temperaturas de fritura profunda (250 °C), llegando hasta las temperaturas de asado (320° °C), el empaque y embalaje al vacío, y las operaciones de cocción y enlatado que se llevan a cabo a altas presiones afectan al sensor, por ello es importante que esté diseñado para soportar tales condiciones.

Debido a las dificultades que a menudo se somete a los sensores, las mediciones sin contacto son particularmente atractivas para la industria alimentaria. Estos pueden basarse en la interacción de ondas electromagnéticas, incluidos rayos gamma, luz, radiación infrarroja, microondas u ondas de radiofrecuencia, o de señales de ultrasonido con la muestra. Sin embargo, esto requiere del conocimiento de las teorías y una conciencia de la naturaleza de la interacción de la señal aplicada con la comida, su espacio superior y su contenedor. Es necesario comprender esto en todas las etapas del desarrollo del instrumento. Otro punto que hay que tener en cuenta es que la relación que existe entre las variables medidas y las variables objetivo la cual es a menudo una relación compleja, de modo que una calibración dada se aplicará solo a un rango limitado de productos alimenticios y condiciones de procesamiento.

Una aplicación importante de los sensores en la industria alimentaria es en la evaluación del aroma y el sabor que son percibidos por la nariz y la lengua humana, comúnmente esta evaluación se lleva a cabo por un panel sensorial

compuesto por seis o más panelistas cuidadosamente seleccionados y bien entrenados y siguiendo procedimientos elaborados pero debido al costo y al tiempo requeridos para este enfoque, es adecuado para el control de calidad periódico y no para el monitoreo continuo o el trabajo de campo. Para esta medición se han desarrollado narices y lenguas electrónicas (Kress *et al*, 2001). Estos están modelados en la nariz y la lengua de los mamíferos, pero de menor complejidad, y cada uno de estos sistemas está destinado a una gama específica de aplicaciones. Se basan en conjuntos de sensores (típicamente unos 20) con especificidades superpuestas en gran medida combinadas con métodos de reconocimiento de patrones que incluyen redes neuronales.

Por ejemplo, la evaluación de la frescura de la carne y el pescado por gases indicadores y volátiles o por compuestos involucrados en la descomposición del ATP ha recibido una atención creciente en los últimos años. Se han desarrollado nuevos sensores químicos, incluidos los biosensores (Turner *et al*. 1987; Scheller y Schmid 1992; Kress-Rogers 1997), en las últimas cuatro décadas, y el ritmo de este desarrollo ha cobrado impulso. Ya se ha adaptado una cantidad considerable de biosensores para aplicaciones alimentarias. Muchas otras adaptaciones sofisticadas de biosensores para la industria alimentaria todavía están en la etapa de prototipo.

El desarrollo e implementación de nuevas aplicaciones exitosas de medición son tareas que requieren una comunicación y cooperación interdisciplinaria efectiva. También se necesita una conciencia de la naturaleza del método de referencia y de la importancia de la variable objetivo para la operación de procesamiento de alimentos (Kress *et al*, 2001).

La medición *on-line* o rápida *at-line* de variables relevantes para la calidad de la alimentación, la salubridad y la seguridad del producto alimenticio es una preocupación creciente de la industria alimentaria

La evaluación de la salud y la seguridad generalmente no es posible o aconsejable con los sentidos humanos, y siempre se requerirán instrumentos o pruebas de laboratorio. La temperatura de un alimento necesita ser monitoreada en el procesamiento de calor (como la esterilización), templado y acondicionamiento y también en el almacenamiento, por lo que se necesita una

resolución espacial, es decir, información sobre los puntos más calientes y fríos de la muestra. Un perfil de tiempo y temperatura que incluye integral, máximo y mínimo también es un objetivo de medición importante. La termometría infrarroja remota tiene la ventaja de proporcionar una medición sin contacto y es la base de los sistemas de imágenes térmicas (Kress *et al*, 2001). La Tabla 1 muestra la importancia para la operación de fabricación de mediciones de un rango de variables (Kress *et al*, 2001).

Tabla 1. Importancia de la medición en el proceso de fabricación (Kress et al., 2001)

	Seguridad y estabilidad del alimento				Calidad del alimento				Eficiencia de la producción		Cumplimiento		
	Aspectos microbiales	Aspectos químicos	Aspectos físicos	Aspectos nutricionales	Apariencia	Consistencia de textura	Aroma	Sabor	Gestión de ingredientes	Gestión de proceso	Condiciones legales	Especificaciones del cliente	Regulaciones de empaquetado
Color	X	X	X	X	X	X	X	X				X	
Clasificación por color	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Temperatura	X	X	X							X			
Temperatura - tiempo integral	X	X	X	X	X	X	X	X			X	X	1
Presión	X	X	X							X			
Nivel y flujo de velocidad									X	X			
Partícula, gota o tamaño de burbuja			X		X	X			2	X		X	
Relación sólida / líquida y tamaño de cristal			X		X	X				X		X	
Densidad a granel			X		X	X			X	X		X	X
Reología			X		X	X			3	X		X	
Textura						X				X		X	
Actividad de agua	X	X	X		4	4	4	4		X	X	X	1
Contenido de agua	5	5	5	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Proximales: grasa, proteína, carbohidratos, ceniza				X	X	X			X		X	X	X
pH	X	X								X	X	X	1
Sodio, potasio, calcio.				X								X	X
Azúcares específicos	6		X	X	X	X						X	

2. Identificación del sistema

La identificación de sistemas es un rubro importante para la ingeniería de procesos. Es útil para el control automático y también para la estimación de parámetros, específicamente, observadores de estado.

La forma de identificar a un sistema consiste principalmente tener entradas y salidas, y considerar al sistema como una caja negra. Desde este punto de vista, se puede determinar lo que hay “dentro” de esa caja y los diferentes fenómenos que están ocurriendo que son descritos por modelos ya sea lineales o no lineales. Para el criterio propuesto, la identificación de modelos lineales es fundamental ya que se puede utilizar la metodología de Riccati para la estimación de parámetros del observador.

Por lo tanto, el modelo resultante es el que se describe con un modelo lineal las entradas y salidas obteniendo la Matriz A, Matriz B, Matriz C, y Matriz D (matriz de estados, entradas, salidas y perturbación, respectivamente).

La identificación del sistema permite construir modelos matemáticos de un sistema dinámico basado en datos medidos. Esencialmente ajustando los parámetros dentro de un modelo dado hasta que su salida coincida lo mejor posible con la salida medida. Para saber si un modelo es adecuado una buena prueba es observar de cerca la salida del modelo en comparación con la medida en un conjunto de datos que no se utilizó para el ajuste ("Datos de validación"). una herramienta de identificación de sistemas es el Toolbox de Matlab contiene todas las técnicas comunes para ajustar los parámetros en todo tipo de modelos lineales. También permite examinar las propiedades de los modelos y verificar si son buenas, así como preprocesar y pulir los datos medidos (Ljung, 1995).

3. Modelos matemáticos

En la planeación de la experimentación, se pueden realizar solo las corridas experimentales necesarias para obtener la información que se requiere para obtener un modelo matemático del proceso y el resto de las investigaciones se pueden realizar mediante simulaciones en computadora, con la excepción de un

mínimo de corridas experimentales que se realicen al final para corroborar los resultados de los modelos (Reyes-Mora, 2017).

Se puede por lo tanto establecer una clasificación de las investigaciones experimentales basadas en modelos:

- Experimentos de tamizado
Cuando a partir de un gran número de variables hay que identificar cuáles son las que más afectan el rendimiento.
- Construcción de modelos empíricos
Para obtener una descripción aproximada de la relación entre variables independientes y dependientes en función de parámetros de ajuste.
- Construcción de modelos determinísticos
Para determinar la verdadera relación funcional que existe entre variables dependientes e independientes.
- Ajuste del modelo determinístico
Para encontrar los mejores estimados de los parámetros desconocidos en el modelo propuesto.
- Modelos estocásticos
En la teoría de la probabilidad, este tipo de modelos sirven para usar magnitudes aleatorias que varían con el tiempo o para caracterizar una sucesión de variables aleatorias.

3.1. Identificación de modelos lineales a partir de datos experimentales

Utilizando los datos experimentales en dominio del tiempo, es posible obtener una función de transferencia en espacio de estado. Lo cual se puede realizar mediante la minimización de la siguiente función objetivo (Ogata,2010):

$$V_N(G, H) = \sum_{i=1}^N e^2(t) \quad (1)$$

$V_N(G, H)$ es un valor escalar. El subíndice N indica que la función de costo es una función del número de muestras, $e(t)$ es el vector de la función de costo, la

cual es la diferencia entre la salida medida y la salida predicha del modelo. Para un modelo lineal, el error es definido como:

$$e(t) = H^{-1}(q)[y(t) - G(q)u(t)] \quad (2)$$

4. Diferencia entre Estimadores y Observadores de Estado

Para realizar la estimación de estados, se utilizan dos metodologías principalmente: el uso de observadores de estados (por ejemplo, observadores tipo Luenberger), los cuales se restringen a los casos determinísticos. Y estimadores estadísticos, los cuales utilizan un conjunto de técnicas que permiten dar un valor aproximado de parámetros de una población a partir de los datos proporcionados por una muestra (por ejemplo, el Filtro de Kalman) son utilizados para el caso estocástico (Ogata,2010).

4.1. Estimación de estados

En la práctica no todas las variables de estado están disponibles. Por tanto, entra en juego el concepto de observabilidad, que es útil al resolver el problema de reconstruir variables de estado no medibles a partir de variables que sí lo son en el tiempo mínimo posible.

La estimación de variables de estado no medibles se denomina normalmente observación. Un dispositivo (o un programa de computador) que estima u observa las variables de estado se llama un observador de estado, o, simplemente, un observador. Si el observador de estado capta todas las variables de estado del sistema, sin importar si algunas están disponibles por medición directa, se denomina observador de estado de orden completo. Hay ocasiones en las que un observador de este tipo no es necesario, ya que solo se requiere la observación de las variables de estado que no se miden, pero no de aquellas que también se miden directamente. Por ejemplo, como las variables de salida son observables y se relacionan en forma lineal con las variables de estado, no se necesita observar todas las variables de estado, sino solo las n-m

variables de estado, donde n es la dimensión del vector de estado y m es la dimensión del vector de salida (Ogata,2010).

4.2. Observadores de estado

Un observador de estado estima las variables de estado basándose en las mediciones de las variables de salida y de control. Los observadores de estado pueden diseñarse si y sólo si se satisface la condición de observabilidad (Ogata,2010).

En el análisis que sigue de los observadores de estado, se utilizará la notación \tilde{x} para designar el vector de estado observado. En muchos casos prácticos, el vector de estado observado \tilde{x} se usa en la realimentación del estado para generar el vector de control deseado. Sea el sistema definido mediante

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{3}$$

$$y = Cx \tag{4}$$

Donde x = vector de estado (vector de dimensión n)

y = vector de salida (vector de dimensión m)

A = matriz $n \times n$

C = matriz $m \times n$

El observador es un subsistema para reconstruir el vector de estado del sistema. El modelo matemático del observador es básicamente el mismo que el del sistema, salvo que se incluye un término adicional que contiene el error de estimación para compensar las imprecisiones en las matrices **A** y **B** y la falta del error inicial. El error de estimación o error de observación es la diferencia entre la salida medida y la salida estimada. El error inicial es la diferencia entre el estado inicial y el estado estimado inicial. De esta forma, se define el modelo matemático del observador como:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= A\tilde{x} + Bu + K_e(y - C\tilde{x}) \\ &= (A - K_eC)\tilde{x} + Bu + K_ey \end{aligned} \tag{5}$$

donde \tilde{x} es el estado estimado y $C\tilde{x}$ es la salida estimada. Las entradas al observador son la salida y y la entrada de control u . La matriz K_e , que se llama matriz de ganancia del observador, es una matriz de ponderación al término de corrección que involucra la diferencia entre la salida medida y y la salida estimada $C\tilde{x}$. Este término corrige de forma continua la salida del modelo y mejora el comportamiento del observador. La Figura 2 muestra el diagrama de bloques del observador de estado de orden completo del sistema.

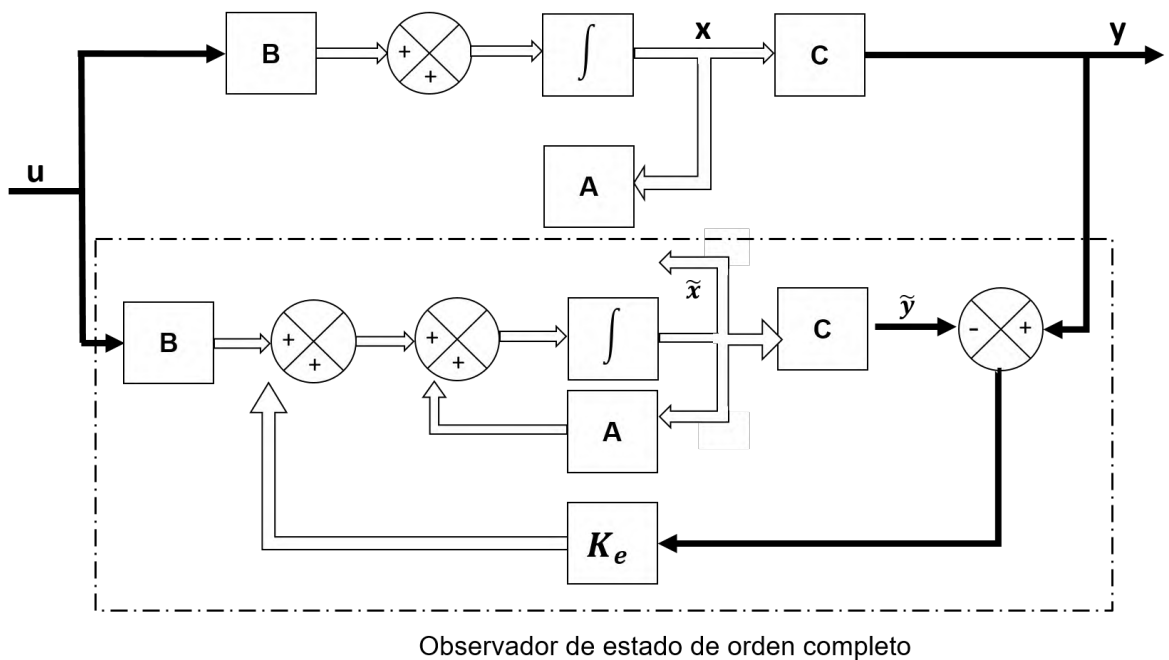


Figura 2. Diagrama de bloque del sistema y del observador de estado de orden completo, cuando la entrada u y la salida y son escalares

4.2.1. Generalidades de observadores de estado

La noción de la observabilidad es un concepto fundamental en el ámbito de ingeniería de proceso, relacionado al concepto de sistema y de regulación (Osorio-Mirón, 2007). Teóricamente, si el sistema es observable es posible reconstruir las variables de estado a partir de las mediciones tomadas de las salidas y del conocimiento de las entradas. Con las condiciones de observabilidad, el problema de la observación consiste en la búsqueda de la estimación de estado, por medio de un sistema dinámico auxiliar denominado

observador (Ogata, 2003). Comúnmente para realizar la estimación se hace uso de *software* lo cual permite realizar la simulación numérica de los observadores de estado. Se puede definir a un observador de estado como un dispositivo o expresión matemática que puede ser utilizado para obtener las variables a partir de muy poca información del sistema original (Figura 3) (Carrillo-Ahumada, 2006).

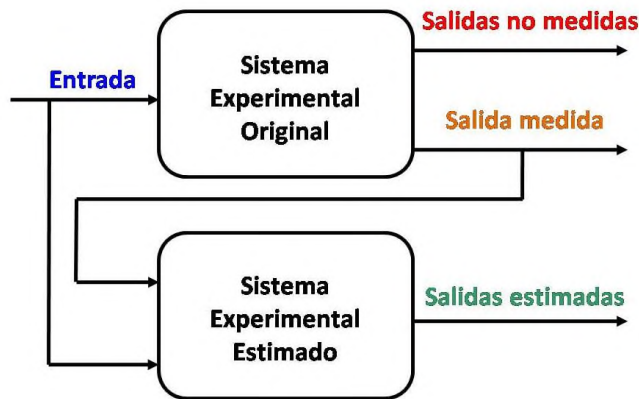


Figura 3. Representación de un sistema experimental con un observador

4.2.2. Sintonización de observadores

Algunos métodos de sintonización de observadores comúnmente conocidos son las técnicas de ubicación o de asignación de polos, además del incremento de convergencia entre el modelo original y el estimado. Dentro de estas técnicas se utilizan el criterio de Riccati, el cual utiliza dos matrices definidas positivas **Q** y **R** que proporcionan una ponderación tanto al estado y la señal de entrada.

4.2.3. Metodología del criterio de Riccati de sintonización

Un observador Luenberger puede estar definido como:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = \mathbf{A}\hat{x} + \hat{\mathbf{g}}(\hat{x}, u) + \mathbf{L}(\hat{x})(\mathbf{C}(x)x - \mathbf{C}(\hat{x})\hat{x}) \quad (6)$$

donde \hat{x} es el observador de estado, $\hat{\mathbf{g}}(\hat{x}, u)$ es una función no lineal, **A**, **C** son matrices constantes y **L** es la ganancia del observador variante en el tiempo.

Se puede considerar la ecuación de Riccati de la siguiente forma:

$$\dot{P} = A\hat{x}P + PA^T\hat{x} - PC^T\hat{x}R^{-1}CP + Q \quad (7)$$

donde Q y R son matrices definidas positivas y semi-definidas positivas respectivamente, P es la solución de la ecuación de Riccati y la ganancia del observador subóptima puede ser obtenida con esta fórmula:

$$L = PC^T\hat{x}R^{-1} \quad (8)$$

4.2.4. Estructura de observador proporcional

Un sistema linealizado puede representar a un sistema no lineal en las cercanías de un estado estacionario. Fuera de la región del estado estacionario no hay garantía que el sistema linealizado represente al sistema no lineal. Además, el sistema linealizado está afectado por los parámetros que lo describen (parámetros considerados de bifurcación), ya que, si estos rebasan cierto límite, no representara al sistema no lineal (Khalil,1996), Richter y Stein (2002)).

La linealización de un sistema no lineal en expansión en series de Taylor ha sido utilizada comúnmente como parte de la metodología para el análisis de estabilidad de sistemas no lineales y para la sintonización de controladores u observadores lineales en un determinado estado estacionario. Se obtienen de esta forma sistemas que son “aproximados” pero representativos del sistema no lineal como el sistema lineal representado por las Ecuaciones (3) y (4).

Por otro lado, la expresión de observación es la siguiente:

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = A\tilde{x} + Bu + K_e(y - C\tilde{x}) \quad (9)$$

donde \tilde{x} es el vector de estado estimado y K_e es el vector de ganancias del observador. Realizando manipulación algebraica para determinar el error de observación se tiene las siguientes expresiones:

$$\frac{dx}{dt} - \frac{d\tilde{x}}{dt} = Ax - A\tilde{x} - K_e(Cx - C\tilde{x}) = (A - K_eC)(x - \tilde{x}) \quad (10)$$

$$e = (x - \tilde{x}) \quad (11)$$

$$\frac{de}{dt} = (A - K_eC)e \quad (12)$$

se considera que la estabilidad del sistema-observador es representada por la matriz $A - K_e C$.

5. Observabilidad

Se dice que el sistema es completamente observable si el estado $x(t_0)$ se determina a partir de la observación de $y(t)$ durante un intervalo de tiempo finito, $t_0 \leq t \leq t_1$. Por tanto, el sistema es completamente observable si todas las transiciones del estado afectan eventualmente a todos los elementos del vector de salida. El concepto de observabilidad es útil al resolver el problema de reconstruir variables de estado no medibles a partir de variables que sí lo son en el tiempo mínimo posible. En esta sección, se tratan sólo sistemas lineales e invariantes en el tiempo. Por tanto, sin pérdida de generalidad, se supone que $t_0 = 0$. Al analizar las condiciones de observabilidad, se considera el sistema sin excitación como el que se obtiene mediante las Ecuaciones (3) y (4) (Ogata,2010).

Entonces

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} \mathbf{B}u(\tau)d\tau \quad (13)$$

e $y(t)$ es

$$y(t) = \mathbf{C}e^{At}x(0) + \mathbf{C} \int_0^t e^{A(t-\tau)} \mathbf{B}u(\tau)d\tau + \mathbf{D}u \quad (14)$$

Como las matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} y \mathbf{D} se conocen al igual que $\mathbf{u}(t)$, los dos últimos términos del segundo miembro de esta última ecuación son cantidades conocidas. Por tanto, se pueden restar del valor observado de $y(t)$. Así, a fin de investigar una condición necesaria y suficiente para observabilidad completa, basta con considerar el sistema descrito mediante las Ecuaciones (3) y (4).

5.1. Observabilidad completa de sistemas en tiempo continuo.

Sea el sistema descrito mediante las Ecuaciones (3) y (4). El vector de salida $y(t)$ es

$$y(t) = C e^{At} x(0) \quad (15)$$

Refiriéndose a la Ecuación (9-48) o (9-50) reportado en Ogata (2010), se tiene que

$$e^{At} = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k(t) A^k \quad (16)$$

Donde n es el grado del polinomio característico.

Por tanto, se obtiene

$$y(t) = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k(t) C A^k x(0) \quad (17)$$

O bien

$$y(t) = \alpha_0(t) C x(0) + \alpha_1(t) C A x(0) + \dots + \alpha_{n-1}(t) C A^{n-1} x(0) \quad (18)$$

Así, si el sistema es completamente observable, dada la salida $y(t)$ durante un intervalo de tiempo $0 \leq t \leq t_1$, $x(0)$ se determina únicamente a partir de la Ecuación (9). Se demuestra que esto requiere que el rango de la matriz $n \times n$

$$\begin{bmatrix} C & \dots & CA & \dots & \dots & \dots & CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

sea n .

A partir de este análisis, se puede expresar la condición para observabilidad completa del modo siguiente. El sistema descrito por las Ecuaciones (3) y (4) es completamente observable si y sólo si la matriz $n \times nm$

$$[C^* : A^* C^* : \dots : (A^*)^{n-1} C^*]$$

es de rango n , o tiene n vectores columna linealmente independientes. Esta matriz se denomina matriz de observabilidad.

5.1.1. Forma canónica observable

La siguiente representación en el espacio de estados se denomina forma canónica observable:

$$\begin{aligned} [\dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dots \ \dot{x}_n] &= [0 \ 1 \ \dots \ 0 \ \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ \dots \ 1 \ \ -a_n \ -a_{n-1} \ \dots \ -a_1] [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \\ &+ [b_n - a_n b_0 \ b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \ \dots \ b_1 - a_1 b_0] u \end{aligned} \quad (19)$$

$$y = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{n-1} \ x_n] + b_0 u \quad (20)$$

Obsérvese que la matriz de estado de $n \times n$ de la ecuación de estado obtenida mediante la Ecuación (19) es la transpuesta de la ecuación de estado definida por la Ecuación (22).

En la siguiente Tabla 2 se muestran algunos ejemplos de observadores de estado en donde se identifican la estimación y el tipo de sistema.

Tabla 2. Aplicaciones de observadores.

¿Cuál es el observador utilizado?	¿Qué se estimó?	¿Qué tipo de sistemas es?	Referencia
Observador geométrico (GO)	Estimación de índices de calidad en el biorreactor (biomasa, sustrato, producto o subproducto).	Reactor de fermentación	Lisci et al., 2020
Observador no lineal	Estimar las concentraciones de masa no medidas pero observables bajo incertidumbres de modelo.	Biorreactor reductor de sulfato	Gómez-Acata et al., 2016
Observador asintótico	Estimación de biomasa y etanol en un proceso de fermentación anóxica de dos sustratos.	Biorreactores que utilizan modelos cibernéticos	De villeros et al., 2016
Observador de modo deslizante de segundo orden (SOISMO)	Estimar la concentración de precursores de neutrones retardados no medidos. Se estudia su sensibilidad contra el ruido de medición.	Reactor nuclear	Surjagade et al., 2019
Observador impulsivo	Estimación de la biomasa.	Biorreactor de agitación continua	Feketa et al., 2019
Observador filtrado de alta ganancia (FHGO)	Estimación del tiempo continuo de las concentraciones de biomasa y sustrato.	Biorreactor de crecimiento fitoplactónico	Robles et al., 2020
Observador de intervalos	Estimación de los límites de estado.	Sistema de variación de parámetros lineales de tiempo continuo	Li et al., 2019
Observador en cascada	Estimación de la biomasa y la velocidad de reacción desconocida a partir de la concentración de biomasa retrasada.	Biorreactor típico	Hernández et al., 2016
Observador no lineal: observador de modo deslizante	Se estimó la concentración de hidrogeno, la biomasa, el sulfuro, el dióxido de carbono, el cadmio en líquido.	Biorreactor anaeróbico fotocatalítico	Aguilar et al., 2017
Observador no lineal	Estimación en línea de la entrada del flujo de alimentación de gas y estado de perfil 13 (2 flujos, 1 temperatura y 10 componentes).	Reactor de gasificación tubular	Badillo et al., 2019
Observador adaptativo de Luenberger	Estimación de la concentración de subproductos a partir de las mediciones de biomasa y concentraciones de sustrato	Biorreactores Fed-Batch	Pimentel et al., 2015
Observador de alta ganancia	Estimación <i>on-line</i> de las velocidades de reacción a partir de salidas de muestras con múltiples retrasos	Biorreactor	Tréangle et al., 2019

Como se puede observar en la Tabla 2, existen diferentes tipos de observadores de estado en el cual la utilización y/o selección de cada uno de ellos está destinado a resolver distintas problemáticas dependiendo del grado de complejidad del modelo.

6. Representaciones en el espacio de estados de sistemas definidos por su función de transferencia

Existen muchas técnicas para obtener representaciones en el espacio de estados de sistemas definidos por su función de transferencia. Esta sección aborda las representaciones en el espacio de estados en la forma canónica controlable, observable, diagonal o de Jordan.

6.1. Representación en el espacio de estados en formas canónicas

Considérese un sistema definido mediante:

$$(n)y + a_1(n-1)y + \dots + a_{n-1}\dot{y} + a_n y = b_0(n)u + b_1(n-1)u + \dots + b_{n-1}\dot{u} + b_n \quad (21)$$

donde u es la entrada e y es la salida. Esta ecuación también puede escribirse como:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (22)$$

A continuación, se presentan las representaciones en el espacio de estados del sistema definido mediante las Ecuaciones (21) o (22), en su forma canónica controlable, en su forma canónica observable y en su forma canónica diagonal (o de Jordan) (Ogata,2010).

6.1.1. Forma canónica controlable

La siguiente representación en el espacio de estados se denomina forma canónica controlable:

obtener un modelo en espacio de estados, realizar estimación mediante variación de las matrices de ponderación y evaluar resultados.

La metodología que se presenta en este trabajo de investigación es generalizable ya que puede ser utilizada para cualquier experimento que proporcione datos experimentales en dominio del tiempo ya sea con una sola entrada o bien con multiplicidad de entradas. Lo cual será de gran utilidad para el experimentador.

III. Hipótesis

Los observadores proporcionales Riccati permiten estimar las salidas de un proceso experimental.

IV. Objetivos

7. Objetivo General

Estimar el valor numérico de las salidas no-medibles de un sistema experimental mediante observadores proporcionales Riccati.

7.1. Objetivos Específicos

- I.** Definir las entradas y salidas medibles y no-medibles de al menos un sistema experimental SISO (Single Input Single Output) y/o MIMO (Multiple Input Multiple Output).
- II.** Definir un modelo en espacio de estados de sistema de estudio.
- III.** Establecer una variante de la metodología de Riccati para la sintonización de observadores proporcionales evaluando la estabilidad del sistema-observador.

IV. Evaluar el desempeño de los observadores proporcionales realizando simulaciones numéricas en dominio del tiempo.

V. Metodología

1. Definir las entradas y salidas medibles y no-medibles de un sistema

Se determinó el sistema experimental de estudio en el área de ingeniería en alimentos. El criterio de selección del sistema se basó de la siguiente manera:

- El sistema fue descrito por una entrada-una salida (SISO) y/o con múltiples entradas-múltiples salidas (MIMO).
- El sistema fue descrito únicamente por datos experimentales de entrada y de salida en dominio del tiempo, sin modelos previos ni correlaciones.
- El sistema fue enfocado al área de ingeniería en general y al área de ingeniería en alimentos en particular.

La búsqueda de este sistema se realizó en referencias bibliográficas.

2. Obtener un modelo en espacio de estado del sistema de estudio

Con los datos de entrada y salida del sistema en dominio del tiempo, se realizó una estimación de un modelo en espacio de estados utilizando *System Identification Toolbox* de MATLAB®. La identificación del modelo en espacio de estados proporciona un modelo lineal, Ecuaciones (3) y (4).

donde $x \in R^{n \times 1}$, es el vector de variables del sistema, $u \in R^{c \times 1}$ es el vector de entradas al sistema, $y \in R^{r \times 1}$ es el vector de salidas del sistema y las matrices A, B, C , son matrices constantes. El rango de las matrices se incrementó con respecto a las salidas. Como se muestra en la Figura 4.

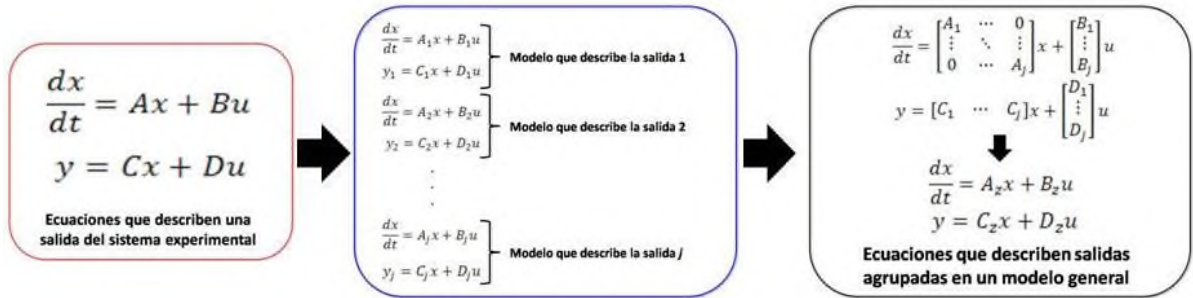


Figura 4. Incremento del rango del sistema dependiente del número de salidas

Cabe mencionar, que se considera únicamente la salida medida del sistema incrementado.

3. Establecer una variante de la metodología de Riccati para la sintonización de observadores proporcionales evaluando la estabilidad del sistema-observador

Considerando, la teoría expuesta en las secciones previas sobre observadores y metodología de Riccati en esta parte de la metodología general se presenta la variación a dicha teoría la cual fue utilizada en este trabajo de investigación. Esa variación consistió en los siguientes pasos:

- Se obtuvo un conjunto de observadores proporcionales sintonizados mediante la variación de los elementos de las matrices de ponderación Q y R . Para el presente trabajo de investigación, se consideraron diferentes ponderaciones de Q y R para obtener una perspectiva global de las estructuras del observador pudiéndose representar las diagonales como: $Q = \{Q_1, Q_2, Q_{\dots}, Q_n\}$ y $R = \{R_1, R_2, R_{\dots}, R_n\}$.
- Del conjunto de observadores obtenidos, se evaluó la estabilidad de cada matriz de lazo cerrado (sistema-observador) mediante el valor máximo de la abscisa espectral.

4. Evaluar el desempeño de los observadores proporcionales realizando simulaciones numéricas en dominio del tiempo.

Del conjunto obtenido de observador proporcionales, se evaluó el desempeño que tiene cada uno con respecto al estado original que estiman. Esta evaluación se realizó mediante simulación numérica en dominio del tiempo mediante el índice:

$$ISE = \sum_{i=1}^n (y - C_j \hat{x})^2 \quad (25)$$

donde n es el número totales de muestras obtenidas y \hat{x} es el vector de estados estimados.

La metodología es descrita en la siguiente Figura 5:

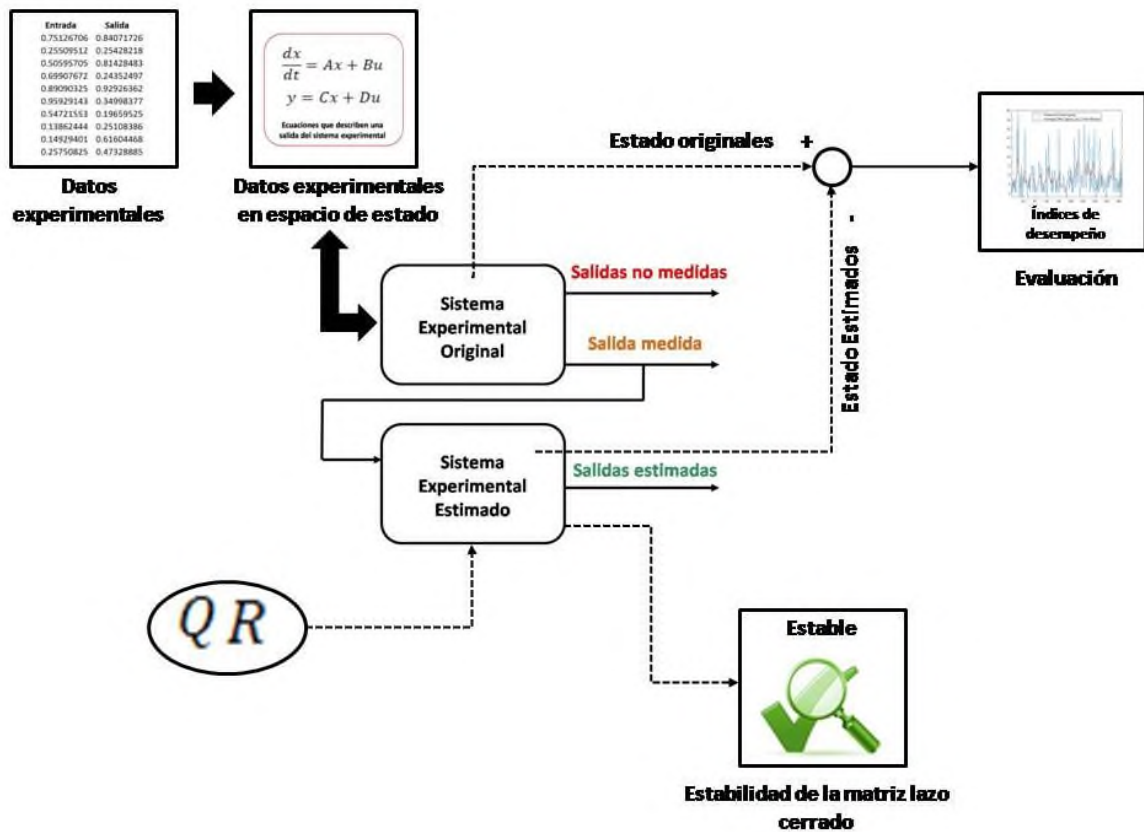


Figura 5. Metodología general del trabajo de investigación

8. Casos de estudio

8.1. Modelo no lineal del biorreactor de Cholette

El biorreactor de Cholette con mezcla no ideal se muestra en la Figura 6.

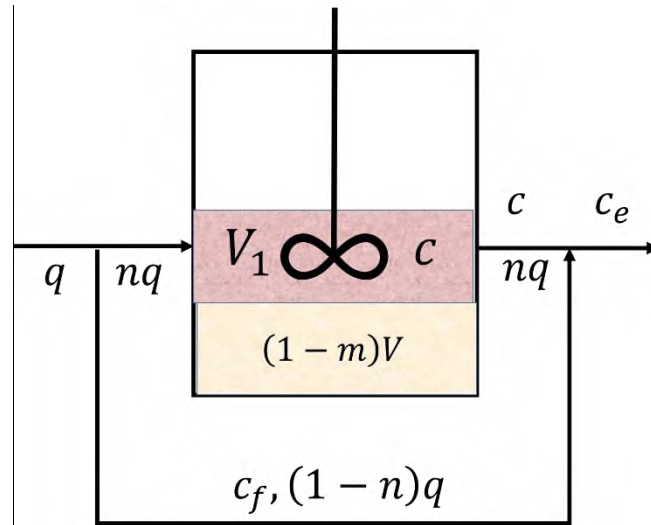


Figura 6. Biorreactor de Cholette

La Figura 6 muestra características importantes: el reactor presenta una mezcla no ideal (descrita por m para el volumen), por lo tanto, una zona muerta $(1-m)$ y el caudal de alimentación (q) se divide en dos canales (descritos por n), uno va al reactor (nq) y el otro pasa por el reactor $(1-n)q$ (Carrillo-Ahumada *et al*, 2020).

Para el modelo, todos los parámetros y propiedades fisicoquímicas son constantes y la reacción enzimática se produce en el reactor que funciona en condiciones isotérmicas. El modelo está dado por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{qn}{Vm} (c_f - c) - \frac{k_1 c}{(1+k_1 c)^2} \quad (26)$$

$$c_e = nc + (1-n)c_f \quad (27)$$

La Ecuación (26) representa un balance de material de la concentración de sustrato dependiente de tiempo y la Ecuación (27) es una ecuación algebraica y representa la salida como una suma de las concentraciones de sustrato con su canal respectivo. Los parámetros del modelo y algunos valores se describen a continuación:

c Concentración de sustrato del tanque (en la zona de mezcla), $kmol m^{-3}$

c_e Concentración de sustrato en el reactor de salida, $kmol m^{-3}$

c_f Concentración de alimentación del sustrato, $kmol m^{-3}$

k_1 Constante de integración

n Fracción del reactivo alimentado (parámetro de mezcla), adimensional

m Fracción del volumen total (parámetro de mezcla), adimensional

q Caudal de alimentación, $3.333 \times 10^{-5} m^3 s^{-1}$

v Volumen, $1.0 \times 10^{-3} m^3$

En general, este biorreactor se modela con dos ecuaciones, una diferencial (concentración de alimentación del sustrato, c_f) y la otra algebraica (concentración de sustrato en el reactor de salida, c_e) (Chidambaram *et al*, 1996, Sree *et al*, 2005, Rajinikanth *et al*, 2012, Sree *et al*, 2003, Carrillo-Ahumada *et al*, 2011, Sree *et al*, 2002, Sree *et al*, 2003) y en algunos casos solo se usa la concentración de sustrato (Ajmeri, 2015, Jhunjunwala, 2001, Sivaramakrishnan *et al*, 2008, Santos *et al*, 2010, Albertos, 2009). Los valores de los parámetros de mezcla n, m se pueden obtener de la distribución de tiempo de residencia (RTD).

Este biorreactor ha sido un sistema de estudio interesante y, por lo tanto, se ha utilizado para el diseño de controladores utilizando diferentes modelos y condiciones de operación, pero no se han utilizado observadores para este sistema

8.2. Problema con un modelo de un sistema dinámico: Biorreactor Benchmark linealización

El biorreactor es un tanque en el que se mezclan las células biológicas con nutrientes y agua como se muestra en la Figura 7 (Carrillo-Ahumada *et al*, 2020).

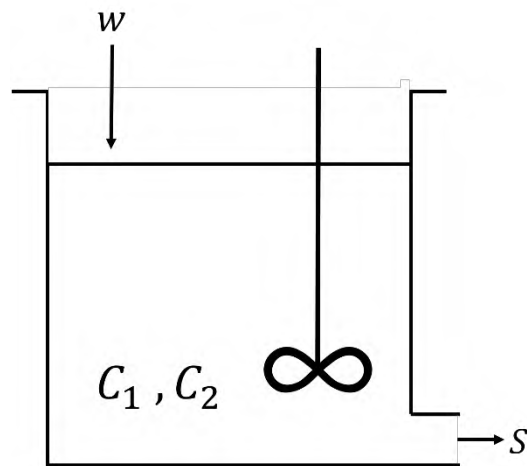


Figura 7. Tanque de reacción con las mismas tasas de entrada y salida

Este sistema está modelado por las siguientes ecuaciones:

$$\dot{c}_1(t) = -c_1(t)w(t) + c_1(t)(1 - c_2(t))e^{\frac{c_2(t)}{\gamma}} \quad (28)$$

$$\dot{c}_2(t) = -c_2(t)w(t) + c_1(t)(1 - c_2(t))e^{\frac{c_2(t)}{\gamma}} \frac{1+\beta}{1+\beta-c_2(t)} \quad (29)$$

Los parámetros están definidos de la siguiente manera:

c_1 Célula masa

c_2 Cantidad de nutrientes

$w(t)$ Velocidad de entrada, L/s

β Taza de crecimiento

γ Parámetro de inhibición de nutrientes

Las células y los nutrientes están en una interacción dinámica modelada por las ecuaciones (28) y (29), donde $c_1(t)$ denota la masa celular mientras que $c_2(t)$ representa la cantidad de nutrientes. El proceso se alimenta continuamente con agua pura y la variable que caracteriza la tasa de flujo de entrada se denota por $w(t)$, que está en litros por segundo. Para mantener constante el volumen de reacción, el contenido del tanque se elimina a una tasa igual a la tasa de entrada, $S(t)$, que se compone de una mezcla de células, nutrientes y agua, y su dimensión también es de litros por segundo.

9. Resultados

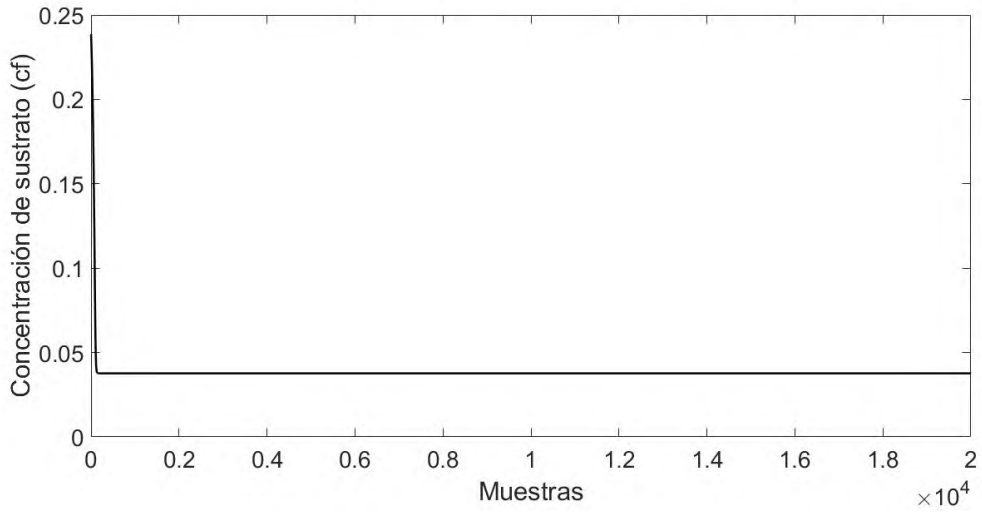
9.1. Problema con datos experimentales: Biorreactor de Cholette

En este problema, se utilizaron únicamente datos obtenidos de una simulación numérica esto para evaluar la efectividad de la metodología propuesta. En primer lugar, se realiza la simulación con el modelo matemático en dos puntos de operación diferentes

a) Punto de operación: $c = 0.023 \text{ kmol m}^{-3}$ y $c_f = 6.0 \text{ kmol m}^{-3}$.

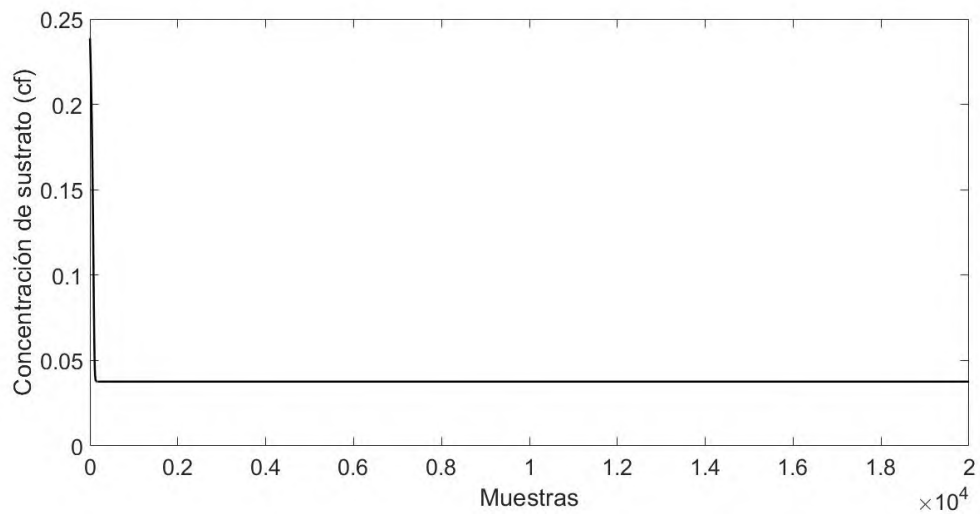
b) Punto de operación: $c = 0.023 \text{ kmol m}^{-3}$ y $c_f = 0.045 \text{ kmol m}^{-3}$.

Esto para obtener dos salidas y realizar la estimación de estados utilizando la metodología del presente trabajo de investigación. Lo que genera la dinámica mostrada en las Figuras 8-9.



$$c_f = 0.023 \text{ kmol m}^{-3} \quad c_f = 6.0 \text{ kmol m}^{-3}$$

Figura 8. Dinámica del biorreactor de Cholette en el punto de operación a) $c_f = 0.023 \text{ kmol m}^{-3}$ y $c_f = 6.0 \text{ kmol m}^{-3}$



$$c_f = 0.023 \text{ kmol m}^{-3} \quad c_f = 0.045 \text{ kmol m}^{-3}$$

Figura 9. Dinámica del biorreactor de Cholette en el punto de operación b) $c_f = 0.023 \text{ kmol m}^{-3}$ y $c_f = 0.045 \text{ kmol m}^{-3}$

La dinámica que se observa en las Figuras 8 y 9, muestran el comportamiento de multiplicidad de estados. Esta multiplicidad significa que a diferentes entradas el sistema se comportara de manera semejante. La dinámica en diferentes puntos de operación es mostrada en Carrillo-Ahumada et al., (2014).

Posteriormente, con el conjunto de datos mostrados en la Figuras 8 y 9, se utiliza el *Identification System Toolbox* de Matlab para identificar un modelo matemático en forma canónica para cada conjunto de datos. Cabe remarcar, que esta metodología puede partir de los datos y posteriormente utilizar el mencionado *Toolbox* de identificación. Solo para fines explicativos se utiliza un modelo matemático para generar los datos a identificar.

Resultado de la etapa de identificación se tienen las siguientes matrices para cada punto de operación:

a) Punto de operación: $c = 0.023 \text{ kmol m}^{-3}$ y $c_f = 6.0 \text{ kmol m}^{-3}$.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0.3668 & 0 & -1.35 & 0 & -2.27 & 1 & -1.04 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0.0110 & 0.0093 & 0.0036 & -0.0076 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Conjunto de ecuaciones (30)

b) Punto de operación: $c = 0.023 \text{ kmol m}^{-3}$ y $c_f = 0.045 \text{ kmol m}^{-3}$.

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0.42 & 0 & -1.36 & 0 & -2.21 & 1 & -1.1006 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -6.37 \times 10^9 & 4.278 \times 10^9 & 1.960 \times 10^8 & -1.015 \times 10^9 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Conjunto de ecuaciones (31)

La siguiente etapa consiste en la estimación de estados con el observador de orden completo. Para tal fin, se consideran dos subsistemas: el punto de operación a) y el b) que formarán un sistema global. El sistema se forma por la concatenación de los dos subsistemas de la siguiente forma:

$$A_z = [A_1 \ 0_{(4 \times 4)} \ 0_{(4 \times 4)} \ A_2]$$

$$B_z = [B_1 \ 0_{(4 \times 1)} \ 0_{(4 \times 1)} \ B_2]$$

$$C_z = [C_1 \ 0_{(1 \times 4)}]$$

Conjunto de ecuaciones (32)

En forma desarrollada se tiene:

$$A_z = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0.3668 \ -1.35 \ -2.27 \ -1.04 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0.42 \ -1.36 \ -2.21 \ -1.1]$$

$$B_z = [-0.011 \ 0 \ 0.009 \ 0 \ 0.003 \ 0 \ -0.007 \ 0 \ 0 \ -6.37 \times 10^9 \ 0 \ 4.278 \times 10^9 \ 0 \ 1.960 \times 10^8 \ 0 \ -1.015 \times 10^9]$$

$$C_z = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Conjunto de ecuaciones (33)

Considerando, las condiciones anteriores en forma matricial, se puede utilizar la metodología expuesta anteriormente. El siguiente programa realizado en Matlab genera las ganancias del observador.

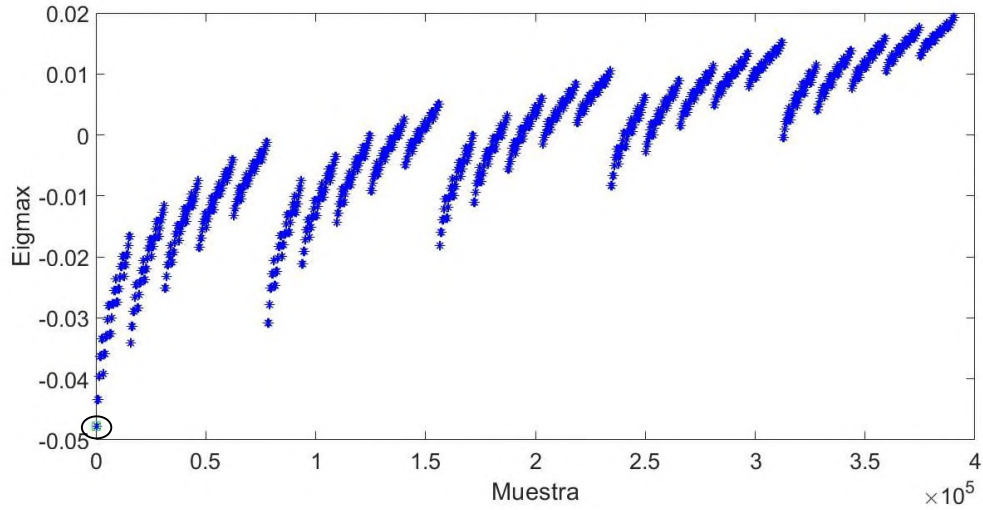


Figura 10. Valores de Eigmax obtenidos por la combinación de 4×10^5 veces los valores de **Q y R** el marcador en verde es el elegido ya que presenta mayor estabilidad

La Figura 10 indica que al menos con los límites superiores y tamaño de paso de las matrices de ponderación **Q y R** existen al menos 4×10^5 observadores que pueden utilizarse, pero no todos cumplen el criterio de estabilidad, para lo cual el valor de Eigmax debe ser menor que cero.

Los valores de las matrices de ponderación del observador seleccionados son las siguientes:

$$Q = [0.10000000 \quad 0.01000000 \quad 0.00100000 \quad 0.00010000 \quad 0.00001000 \quad 0.00000100 \quad 0.00000040 \quad 0.00000004 \quad 0.000000004 \quad]$$

$$R = [0.1]$$

Conjunto de ecuaciones (34)

El observador elegido presenta Eigmax de -0.0477, lo cual presenta las siguientes ganancias:

$$k_e = [0.1682 \quad 0.0914 \quad -0.0648 \quad -0.1007 \quad -0.0001 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \quad]$$

Con los datos del sistema, se puede observar todo el sistema. Esto es gracias al observador de orden completo, que permite estimar con muy poca información del sistema el comportamiento (Figura 11).

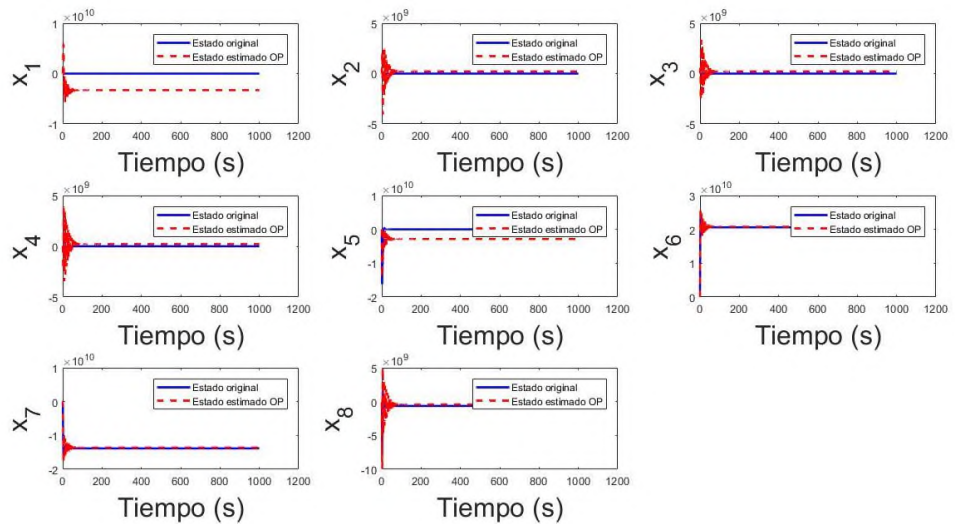


Figura 11. Estimación de estados del observador de orden completo

Una manera de medir la estimación de los estados es utilizando la sumatoria del cuadrado del error entre el estado original y el estado estimado de cada estado. Lo que significa que tanto se puede reproducir o reconstruir los estados, esto es mostrado en la Tabla 3.

Tabla 3. Valores numéricos de las sumatorias del cuadrado del error

Sumatoria del cuadrado del error	Valores numéricos
Estado original x_1 - estado estimado x_9	1.2071×10^4
Estado original x_2 - estado estimado x_{10}	6.7956

Estado original x_3 - estado estimado x_{11}	0.1457
Estado original x_4 - estado estimado x_{12}	0.0069
Estado original x_5 - estado estimado x_{13}	59.1212
Estado original x_6 - estado estimado x_{14}	0.0138
Estado original x_7 - estado estimado x_{15}	1.4697×10^{-5}
Estado original x_8 - estado estimado x_{16}	4.4269×10^{-8}

9.2. Resultados. Biorreactor Benchmark

9.2.1. Simulación numérica del modelo no lineal

La simulación numérica de las Ecuaciones (28) y (29), en el punto de operación:

$$c_1 = 0.1207, c_2 = 0.8801, w = 0.75, \gamma = 0.48, \beta = 0.2$$

En las Figuras 12 y 13, la masa de células tiene un valor de 0.120704 a 0.120704 y para el sustrato de 0.8801 a 0.880145. se observa el movimiento oscilatorio, pero en una región muy estrecha para ambas ecuaciones, por lo tanto se mantiene en una región estable ya que los errores numéricos están en el orden de $1 * 10^{-4}$. Así a tiempos de simulación más largos, existe un asentamiento de estos valores numéricos.

En la Figura 14, no se observa un efecto significativo de la concentración de sustrato sobre la masa celular, pero desde un punto de vista de dinámica no lineal y por lo tanto para la sintonización de observadores que se proponen en este trabajo se investigación, este comportamiento es interesante ya que se observa que en este estado estacionario es una región que atrae la dinámica en cualquier condición inicial.

En dominio del tiempo mediante el método Runge-Kutta 4º orden presenta la siguiente dinámica no lineal (Figura 12-14).

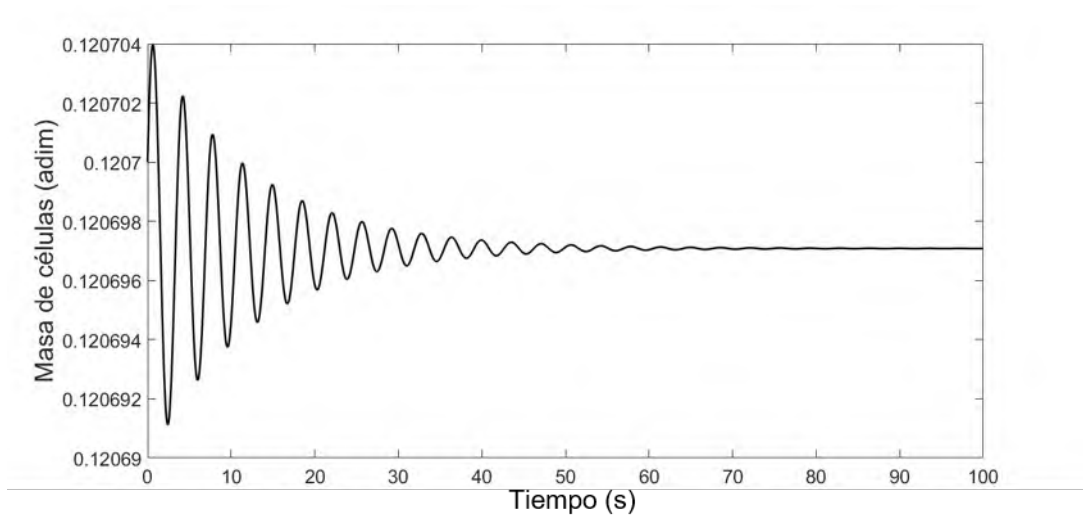


Figura 12. Simulación numérica de masa de células en dominio del tiempo

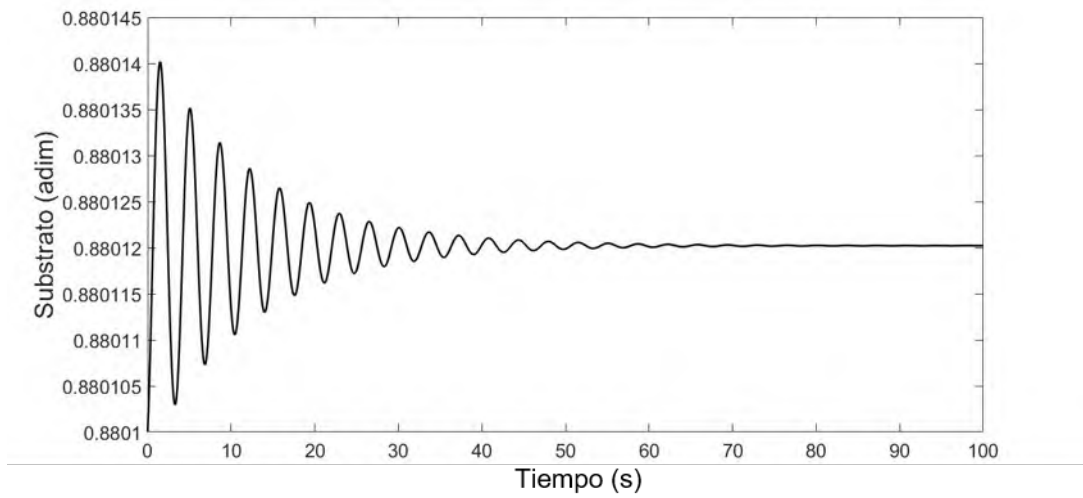


Figura 13. Simulación numérica de sustrato en dominio del tiempo

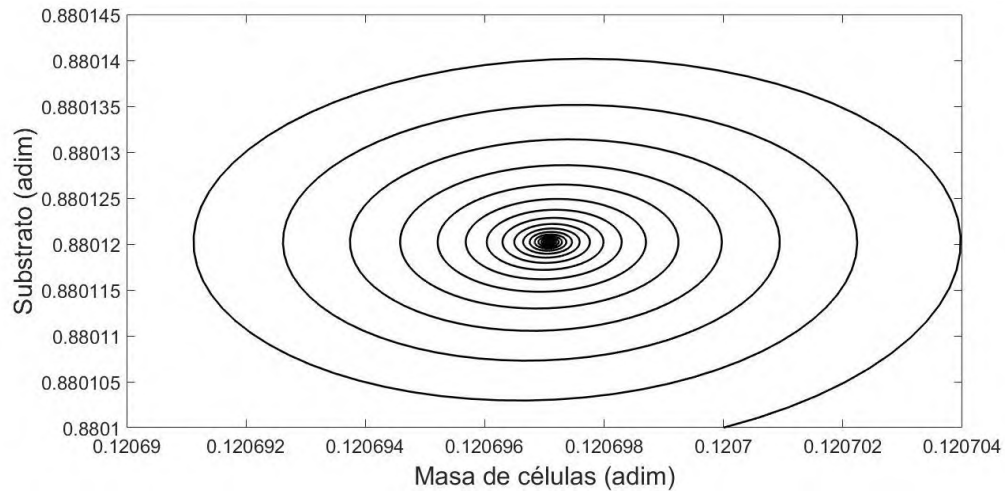


Figura 14. Simulación numérica del substrato vs. Masa de células

Se observa, que el sistema, aunque es estable presenta ciclos limite (13), lo cual se considera que este punto de operación es interesante para el diseño de control-observación según varios autores.

Debido a que aquellos controladores que pueden incluir funciones arbitrarias no lineales de la salida y las entradas antiguas están típicamente limitados a sistemas de entrada única y salida única (Agarwal & Seborg, 1987).

Se han realizado amplios estudios teóricos y experimentales de reactores de tanque agitado continuos y discontinuos (CSTR). Aunque tales reactores pueden describirse (aproximadamente) mediante ecuaciones simples, pueden exhibir comportamientos complejos como múltiples estados estacionarios y un comportamiento periódico y caótico (Agrawal *et al*, 1982).

Los enfoques basados en el control de modo deslizante también se prueban en el modelo de biorreactor, Önder (1999) considera una versión del problema de múltiples entradas y múltiples salidas.

9.2.2. Simulación numérica del sistema linealizado con observador proporcional

Un sistema linealizado en un estado estacionario (s) puede ser representado por (Carrillo-Ahumada y col. (2011)).

$$\frac{dx}{dt} = Ax + B_1w + B_2u \quad (35)$$

$$y = C_1x + D_{11}w + D_{12}u \quad (36)$$

con $x \in R^{nx1}$, $w \in R^{mx1}$, $y \in R^{rx1}$, $u \in R^{cx1}$ y las matrices resultantes,

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_{1s}} & \frac{\partial f_1}{\partial x_{2s}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{ns}} & \frac{\partial f_2}{\partial x_{1s}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{ns}} & \dots & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_{1s}} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_{ns}} \end{bmatrix}; B_1 =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial w_{1s}} & \frac{\partial f_1}{\partial w_{2s}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial w_{ms}} & \frac{\partial f_2}{\partial w_{1s}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial w_{ms}} & \dots & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial w_{1s}} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial w_{ms}} \end{bmatrix};$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_{1s}} & \frac{\partial f_1}{\partial u_{2s}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_{cs}} & \frac{\partial f_2}{\partial u_{1s}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial u_{cs}} & \dots & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_{1s}} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_{cs}} \end{bmatrix}; C_1 =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_{1s}} & \frac{\partial g_1}{\partial x_{2s}} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_{ns}} & \frac{\partial g_2}{\partial x_{1s}} & \dots & \frac{\partial g_2}{\partial x_{ns}} & \dots & \dots & \frac{\partial g_r}{\partial x_{1s}} & \dots & \frac{\partial g_r}{\partial x_{ns}} \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial w_{1s}} & \frac{\partial g_1}{\partial w_{2s}} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial w_{ms}} & \frac{\partial g_2}{\partial w_{1s}} & \dots & \frac{\partial g_2}{\partial w_{ms}} & \dots & \dots & \frac{\partial g_r}{\partial w_{1s}} & \dots & \frac{\partial g_r}{\partial w_{ms}} \end{bmatrix} \quad D_{12} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_{1s}} & \frac{\partial g_1}{\partial u_{2s}} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial u_{cs}} & \frac{\partial g_2}{\partial u_{1s}} & \dots & \frac{\partial g_2}{\partial u_{cs}} & \dots & \dots & \frac{\partial g_r}{\partial u_{1s}} & \dots & \frac{\partial g_r}{\partial u_{cs}} \end{bmatrix}$$

Conjunto de ecuaciones (37)

Se tienen las siguientes matrices:

$$A = [9.4898 \times 10^{-5} \quad 5.4689 \quad -0.5677 \quad -0.1670]$$

$$B = [-0.1207 \quad -0.8801]$$

$$C = [0 \quad 1]$$

Conjunto de ecuaciones (38)

Realizando los autovalores del polinomio característico de la matriz A, se tiene

$$-0.0835 + 1.7600i$$

$$-0.0835 + 1.7600i$$

La parte real de estos autovalores, tiene valores negativos por lo tanto es estable.

Con la metodología expuesta en secciones previas, se realizó una variación de la diagonal de **Q** y **R** considerando 0.1 con un tamaño de paso 0.1 hasta 1 para las dos matrices. Lo que genera 1000 posibles ganancias del observador que pueden ser utilizadas para el sistema.

La simulación considerando las ecuaciones (28) y (29) y la matriz de lazo cerrado sistema-observador:

$$MatLC = (A - L_p R C')$$

Y las de lazo cerrado:

$$\frac{dx_3}{dt} = MatLC_{(1,1)}x_3 + MatLC_{(1,2)}x_4 \quad (39)$$

$$\frac{dx_4}{dt} = MatLC_{(2,1)}x_3 + MatLC_{(2,2)}x_4 \quad (37)$$

Donde:

$$eMatLC = eig(MatLC)$$

$$EigMax = max(real(eMatLC))$$

Las ganancias del observador tienen los siguientes límites:

$$min(L_p R) = [0.8806 \quad -0.0908 \quad -0.0908 \quad 0.0896]$$

$$max(L_p R) = [8.8063 \quad -0.0091 \quad -0.0091 \quad 0.08965]$$

Conjunto de ecuaciones (40)

La simulación genera la siguiente dinámica (Figuras 15 y 16)

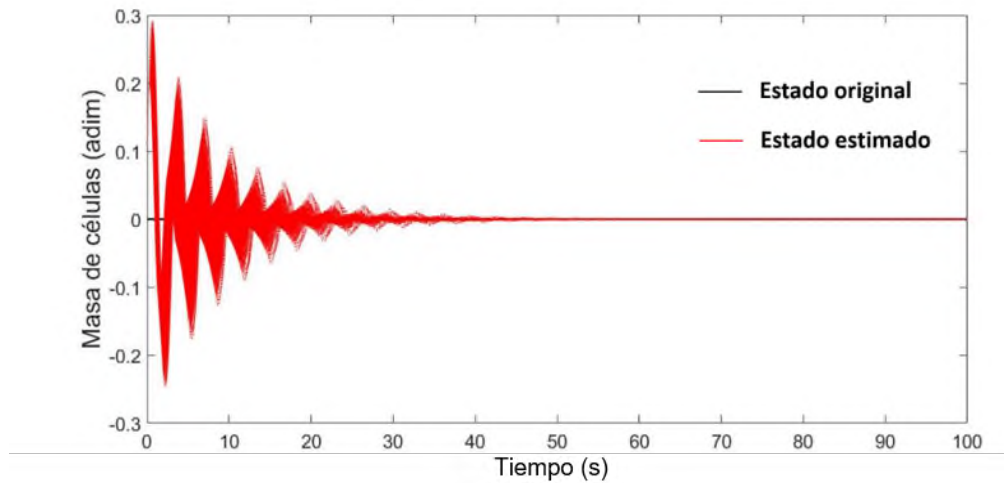


Figura 15. Simulación numérica del sistema lineal con observador vs. Sistema lineal para la masa de células

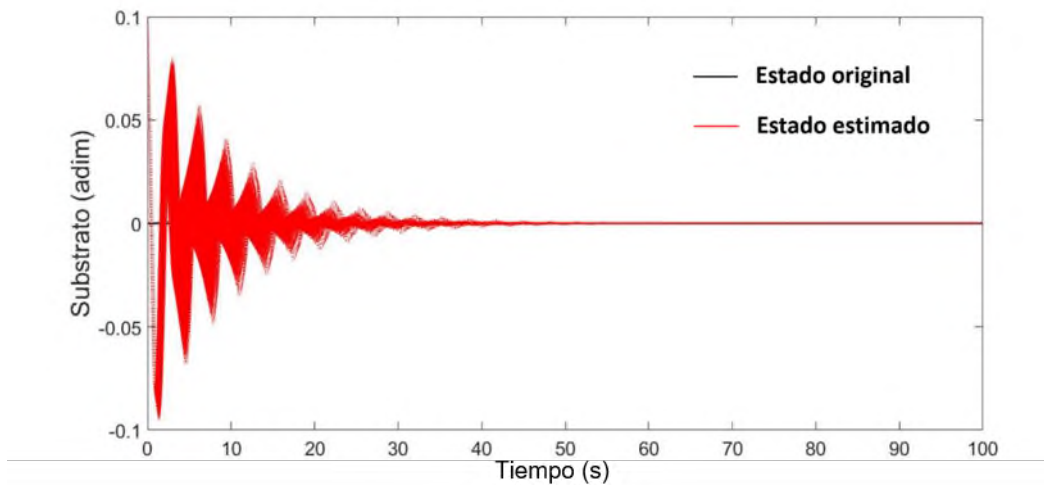


Figura 16. Simulación numérica del sistema lineal con observador vs. Sistema lineal para sustrato

Se observa, por tanto, que en todo el intervalo de Q y R mostrado el sistema puede ser estabilizado. Lo cual para determinar la eficiencia de cada observador se utilizaron métricas de desempeño.

10. Métricas de desempeño

Las consideraciones para evaluar el observador son:

$$e_1 = x_1 - x_3$$

$$e_2 = x_2 - x_4$$

$$SSE_1 = \text{Sum}(e_1^2)$$

$$SSE_2 = \text{Sum}(e_2^2)$$

Conjunto de ecuaciones (41)

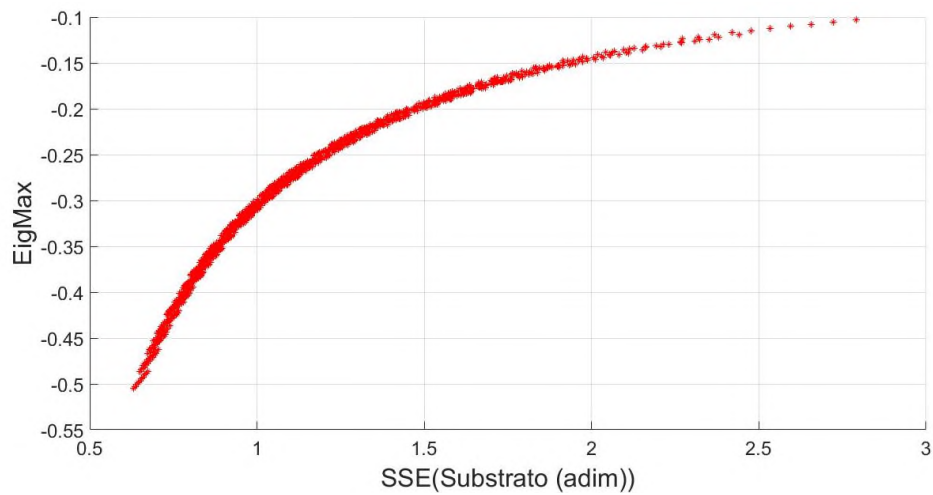


Figura 17. Sumatoria del cuadrado del error (substrato) vs Eigmax

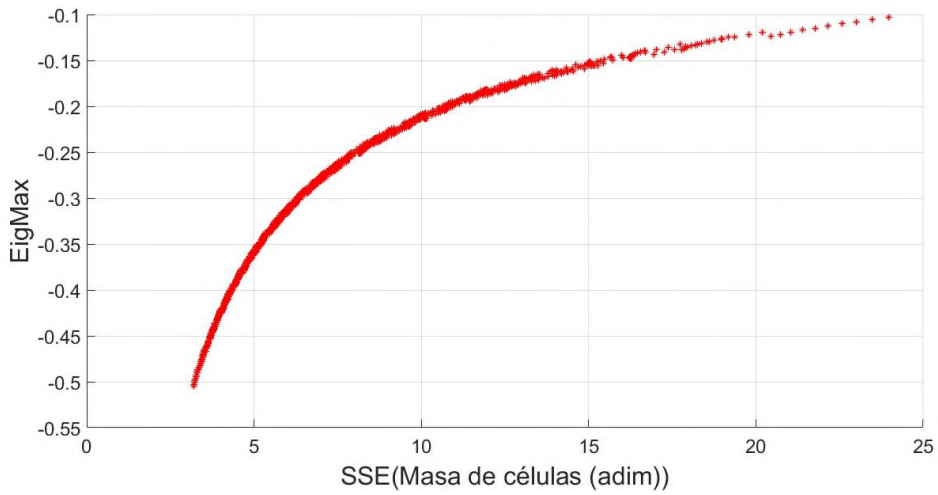


Figura 18. Sumatoria del cuadrado del error (masa de células) vs Eigmax

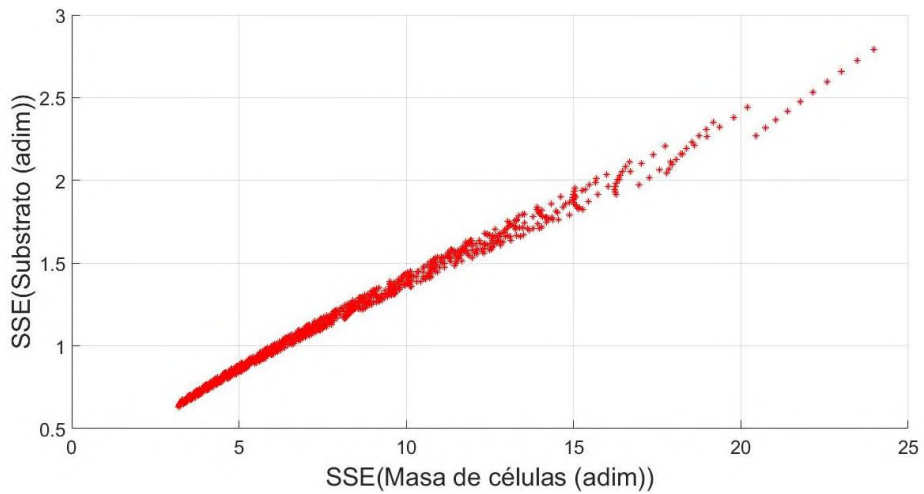


Figura 19. Sumatoria del cuadrado del error (masa de células) vs Sumatoria del cuadrado del error (substrato)

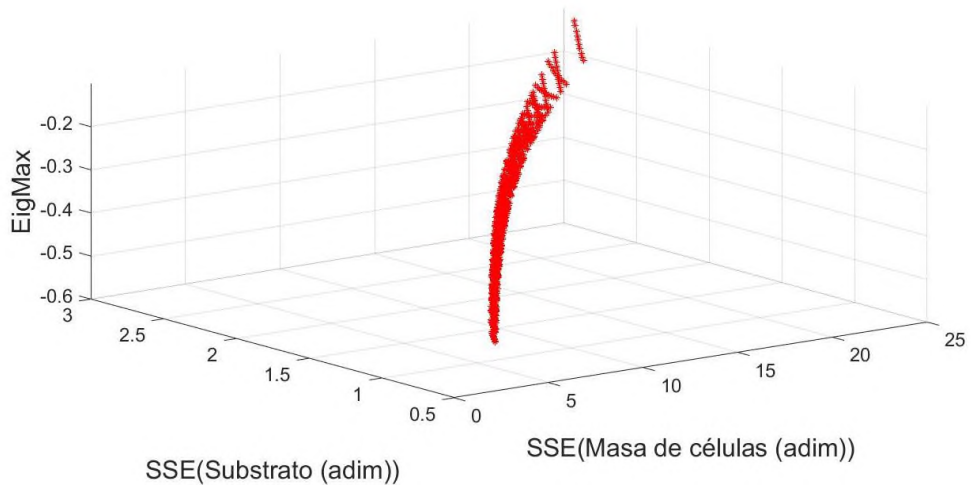


Figura 20. Sumatoria del cuadrado del error (masa de células) vs Sumatoria del cuadrado del error (substrato) vs. Eigmax

Para todos los casos, se ha obtenido observadores que son utilizables para este sistema en específico ya que su valor de estabilidad (Eigmax) proporciona siempre un valor negativo, lo que garantiza que el sistema-observador puede ser utilizado con las preferencias del diseñador.

11. Conclusión

En el presente trabajo de investigación, se muestra una manera novedosa de utilizar la sintonización de observadores Riccati. La primera forma, fue utilizando para sistemas experimentales donde se carece de un instrumento de medición, y la segunda forma de una manera más conservadora para un sistema donde se conoce el sistema a observar. Para ambos casos, se garantiza estabilidad del sistema-observador, se muestra las métricas de desempeño y se tiene una gran cantidad de posibilidades que pueden ser utilizadas por el diseñador. La presente metodología puede utilizarse para diferentes sistemas “experimentales” específicamente con mayor número de estados a observar o bien para sistemas que son interesantes para la comunidad de control como el biorreactor Benchmark.

VI. Bibliografía

- Agarwal, M., and Seborg, D. E. (1987). Self-tuning controllers for nonlinear systems. *Automatica*, 23(2), 209-214. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(87\)90093-8](https://doi.org/10.1016/0005-1098(87)90093-8).
- Agrawal, P., Lee, C., Lim, H. C., and Ramkrishna D. (1982). Theoretical investigations of dynamic behavior of isothermal continuous stirred tank biological reactors. *Chemical Engineering Science* 37(3), 453-462. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(82\)80098-5](https://doi.org/10.1016/0009-2509(82)80098-5).
- Aguilar López, R., Ruiz Camacho, B., Neria-González, M. I., Rangel, E., Santos, O. & López Pérez, P. A. (2017). State Estimation Based on Nonlinear Observer for Hydrogen Production in a Photocatalytic Anaerobic Bioreactor. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, 15(5), 20170004. <https://doi.org/10.1515/ijcre-2017-0004>
- Ajmeri, M. & Ali, A. (2015). Two degree of freedom control scheme for unstable processes with small time delay. *ISA Transactions*, 56, 308-326. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2014.12.007>.
- Albertos, P. & García, P. (2009). Robust control design for long time-delay systems. *Journal of Process Control*, 19(10), 1640-1648. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2009.05.006>.
- Badillo-Hernández, U. Santamaría-Padilla, L. A., Álvarez, J. & Álvarez-Icaza, L. A. (2019). Input-state estimation of a spatially distributed tubular gasification reactor. *IFAC-PapersOnLine*, 52(2), 212-217. ISSN 2405-8963. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.08.038>.
- Carrillo-Ahumada, J., Reynoso-Meza, G., I.I. Ruiz-López & García-Alvarado, M. A. (2020). Analysis of open-loop and L2/D controlled closed-loop behavior of the Cholette's bioreactor under different operating conditions. *ISA Transactions*, <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2020.01.039>.
- Carrillo-Ahumada J., Rodríguez-Jimenes, G. C., & García-Alvarado, M. A. (2011). Tuning optimal-robust linear mimo controllers of chemical reactors by using

pareto optimality. *Chemical Engineering Journal*, 174(1), 357-367.
<https://doi.org/10.1016/j.cej.2011.09.007>.

Carrillo-Ahumada J., (2006). Diseño y simulación de estrategias para el control no lineal de la sobresaturación en la cristalización por lotes a través de perfiles dinámicos de regulación de vacío y estimación de parámetros. Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Química, Instituto Tecnológico de Orizaba. Veracruz.

Carrillo-Ahumada, J., Páramo-Calderón, D. E., Aparicio-Saguilán, A., Rodríguez-Jimenes, G. C., & García-Alvarado, M. A. (2014). Planteamiento de una métrica de la representación linealizada de un sistema no lineal: Aplicación para reactores (bio)químicos. *Revista mexicana de ingeniería química*, 13(2), 631-647, ISSN 1665-2738.

Chidambaram, M., & Reddy, G. P. (1996). Nonlinear control of systems with input and output multiplicities. *Computers & chemical engineering*, 20(3), 295-299.
[https://doi.org/10.1016/0098-1354\(95\)00019-4](https://doi.org/10.1016/0098-1354(95)00019-4).

De Villeros, P, Botero, H., & Alvarez, H. (2016). State observer design for biomass and ethanol estimation in bioreactors using cybernetic models. *DYNA*, 83(198), 119-127. <https://doi.org/10.15446/dyna.v83n198.50549>.

Douglas, M. (2002). *Diseño y análisis de experimentos*. Limusa Wiley, Segunda Edición, México.

Önder Efe, M., Abadoglu E. & Kaynak, O. (1999). A novel analysis and desing of a neural network assisted nonlinear controller for bioreactor. *International Journal Robust and Nonlinear Control. IFAC-Affiliated Journal*, 9(11):799-815. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1239\(199909\)9:11<799::AID-RNC441>3.0.CO;2-U](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1239(199909)9:11<799::AID-RNC441>3.0.CO;2-U).

Feketa, P., Schaum, A., Jerono, P., & Meurer, T. (2019). Impulsive observer design for a class of continuous biological reactors. In 2019 IEEE 58th Conference

- on Decision and Control (CDC). IEEE, 5076-5081.
<https://doi.org/10.1109/CDC40024.2019.9029444>.
- Gómez-Acata, R. V., Neria-González, M. I., & Aguilar-López, R. (2016). Robust software sensor design for the state estimation in a sulfate-reducing bioreactor. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 50(1), 67-75.
<https://doi.org/10.1134/S0040579516010036>.
- Hernández-González, O., Ménard, T., Targui, B., Farza, M., M'Saad, M., & Astorga-Zaragoza, C.-M. (2016). Cascade observer design for a class of nonlinear uncertain systems: Application to bioreactor. *IFAC*,
<https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.221>.
- JhunJhunwala, M. K. & Chidambaram, M. (2001). PID controller tuning for unstable systems by optimization method. *Chemical Engineering Communications*, 185(1), 91-113. https://doi.org/10.1080*00986440108912857.
- Khalil, H.K. (1996). *Nonlinear Systems*. Editorial Macmillan Publication Co. Estados Unidos de América.
- Kress, R. E., Christopher, J. B. (2001). *Instrumentation and sensors for the food industry* (Vol. 65). Woodhead Publishing Limited, segunda edición, Inglaterra.
- Kress-Rogers, E. (ed.) (1997). *Handbook of Biosensors and Electronic Noses: Medicine, Food and the Environment*, Boca Raton. New York, London, Tokyo, CRC Press Inc.
- Li, J., Wang, Z., Zhang, W., Raïssi, T., & Shen, Y. (2019). Interval observer design for continuous-time linear parameter-varying systems. *Systems & Control Letters*, 134. 104541. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2019.104541>
- Lisci, S., Grosso, M., & Tronci, S. (2020). A Geometric Observer-Assisted Approach to Tailor State Estimation in a Bioreactor for Ethanol Production. *Processes*, 8(4), 480. <https://doi.org/10.3390/pr8040480>.

- Ljung, L. (1995). System identification toolbox: User's guide. Natick, MA, USA: MathWorks Incorporated. Available in: http://www.ladispe.polito.it/corsi/sief/material/MATLAB_S_I_Toolbox.pdf.
- Ogata, K. (2010). Modern control engineering. 5th Ed. Prentice hall. New Jersey, USA.
- Ohashi, E., & Karube, I. (1993) Sensors for the food industry, Food Control, 4:4, , Pages 183-188, ISSN 0956-7135, [https://doi.org/10.1016/0956-7135\(93\)90248-M](https://doi.org/10.1016/0956-7135(93)90248-M).
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/095671359390248M>)
- Ortega, R., Bobtsov, A., Dochain, D., & Nikolaev, N. (2019). State observers for reaction systems with improved convergence rates. Journal of Process Control, 83, 53–62. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2019.08.003>. NO ESTA EN EL TEXTO
- Osorio-Mirón, A., Arce-Medina, E. & Carrilo-Ahumada, J. (2007). Nonlinear control based in an observer: application to sugar evaporation. Advances in Dynamics, Instrumentation and Control. https://doi.org/10.1142/9789812770097_0032
- Pimentel, G. A., Benavides, M., Dewasme, L., Coutinho, D., & Wouwer, A. V. (2015). An Observer-based Robust Control Strategy for Overflow Metabolism Cultures in Fed-Batch Bioreactors. IFAC-PapersOnLine, 48(8), 1081–1086. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.09.112>.
- Rajinikanth V, Latha K. (2012). Tuning and retuning of pid controller for unstable systems using evolutionary algorithm ", International Scholarly Research Notices, vol. 2012, Article ID 693545. <https://doi.org/10.5402/2012/693545>.
- Reyes, M. S., & Santiago, S. A. (2017). Modelos matemáticos en biología, ciencias sociales e ingeniería. 1era. Edición. Universidad tecnológica de la mixteca. ISBN 978-607-96303-8-6.

- Richter, H. & Stein, G. (2002). On Taylor series expansion for chaotic nonlinear systems. *Chaos, Solitons and Fractals*, 13(9), 1783-1789. [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(01\)00191-6](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(01)00191-6).
- Robles-Magdaleno, J. L., Rodríguez-Mata, A. E., Farza, M., & M'Saad, M. (2020). A filtered high gain observer for a class of non-uniformly observable systems – Application to a phytoplanktonic growth model. *Journal of Process Control*, 87, 68–78. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2020.01.007>.
- Santos, T. L., Botura, P. E., & Normey-Rico, J. E. (2010). Dealing with noise in unstable dead-time process control. *Journal of Process Control*, 20(7):840 – 847. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2010.05.003>.
- Scheller, F. & Schmidt, R.D. (1992). *GBF Monograph Biosensors: Fundamentals, Technologies and Applications*. Marcel Dekker, New York.
- Sivaramakrishnan S, Tangirala A, Chidambaram M. (2008). Sliding mode controller for unstable systems. *Chem Biochem Eng Q*, 22(1):41-47, Available in <http://silverstripe.fkit.hr/cabeq/assets/Uploads/Cabeq-2008-01-05.pdf>.
- Smith, C. A., Corripio, A. B., & Basurto, S. D. M. (1991). *Control automático de procesos: teoría y práctica*, (No. 968-18-3791-6. 01-A3 LU. AL-PCS. 1.). México: Limusa.
- Sree R, Chidambaram M. (2003). A simple method of tuning PI controllers for unstable systems with a zero. *Chemical Biochemical Engineering Quarterly*, 17(3):207-212. Available in: <http://silverstripe.fkit.hr/cabeq/assets/Uploads/Cabeq-2003-03-5.pdf>.
- Sree R, Chidambaram M. (2002). Identification of unstable transfer model with a zero by optimization method. *Journal of the Indian Institute of science*, 82(5 & 6):219-225. Available in: <http://journal.iisc.ernet.in/index.php/iisc/article/viewFile/2114/2174>.
- Sree, R. P. & Chidambaram M. (2003). Control of unstable bioreactor with dominant unstable zero. *Chemical Biochemical Engineering Quarterly*, 17(2), 139-146.

Available in: <http://silverstripe.fkit.hr/cabeq/assets/Uploads/Cabeq-2003-02-6.pdf>.

- Sree, R. P. & Chidambaram M. (2005). Set point weighted pid controllers for unstable systems. *Chemical Engineering Communications*,192(1), 1-13. <https://doi.org/10.1080/00986440590473137>.
- Surjagade, P. V., Shimjith, S. R. & Tiwari, A. P. (2019). Second order integral sliding mode observer and controller for a nuclear reactor. *Nuclear Engineering and Technology*, 52(3), 552-559. <https://doi.org/10.1016/j.net.2019.08.013>.
- Tréangle, C., Farza, M., & M'Saad, M. (2019). On-line estimation of the reaction rates in bioreactors from multirate sampled outputs with multiple delays. *IFAC-PapersOnLine*, 52(1), 703-708. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.06.145>.
- Turner, A.P.F., Karube, I. & Wilson, G.S. (1987). Biosensors: Fundamentals and Applications. *Biosensors*, 3(5), 315-316. <http://liu.diva-portal.org/smash/get/diva2:619968/FULLTEXT01.pdf> .

Anexos

Código de observador Riccati

```
A = [9.48976305573455e - 05 5.46888345663447; -0.567694840107230 -  
0.167022337763033]
```

```
C = [0 1];
```

```
Q(1:2, 1:2) = 0
```

```
R(1,1) = 0
```

```
for Q11 = 0.1:0.1:1.0
```

```
    for Q22 = 0.1:0.1:1.0
```

```
        for R11 = 0.1:0.1:1.0
```

```
            Q11m(:, i) = Q11;
```

```
            Q22m(:, i) = Q22;
```

```
            R11m(:, i) = R11;
```

```
            Q(:, :, i) = [Q11, 0; 0, Q22];
```

```
            R(:, :, i) = [R11];
```

```
            [LpR(:, :, i)] = care(A', C', Q(:, :, i), R(:, :, i));
```

```
            MatLC(:, :, i) = (A - LpR(:, :, i) * C');
```

```
            v(i, 1) = MatLC(1,1,i);
```

```
            v(i, 2) = MatLC(1,2,i);
```

```
            v(i, 3) = MatLC(2,1,i);
```

```
            v(i, 4) = MatLC(2,2,i);
```

```
            eMatLC(:, :, i) = eig(MatLC(:, :, i));
```

```
            EigMax(:, i) = max(real((eMatLC(:, :, i))));
```

```
            i = i + 1;
```

```
        End
```

```
    End
```

```
End
```