



UNIVERSIDAD DEL PAPALOAPAN

Campus Loma Bonita

INGENIERÍA EN MECATRÓNICA

**DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL CON RETARDO EN EL
TIEMPO PARA UN SISTEMA MECATRÓNICO**

**Tesis profesional para obtener el grado de
INGENIERO EN MECATRÓNICA:**

Presenta:

JUAN JAVIER MONTESINOS GARCIA

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Hiram Netzahualcoyotl García Lozano

ASESOR DE TESIS:

Dr. Raul Villafuerte Segura

LOMA BONITA, OAXACA,

FEBRERO 2014

Dedicatoria:

La presente tesis se la dedico a mis padres por el amor y apoyo incondicional que me brindaron durante los buenos y malos momentos que tuve como estudiante y a mis tíos Rosario y Clemente por haber dedicado mucho tiempo y esfuerzo a mi preparación y brindarme un gran apoyo en todo momento.

Agradecimientos:

Al Dr. Hiram García y M. en C. Esteban Chávez por ser mis mentores y haberme dado una excelente preparación.

Resumen

El sistema bola viga es un ejemplo de sistema inestable. Para estabilizarlo se han utilizado distintas estrategias de control, entre las cuales están los controles PID y sus derivaciones, compensadores en atraso, adelanto, y controles en re-alimentación de estados, etc. Todos estos controles tienen la desventaja de necesitar, en forma directa ó indirecta la medición de la velocidad de la bola sobre la barra, lo que no es conveniente. En este trabajo se propone utilizar el un controlador que involucre un retardo en el tiempo para estabilizar al sistema sin usar la medición de la velocidad.

Palabras clave: *sistema con retardo, controlador proporcional retardado, observabilidad, controlabilidad.*

Abstract

The ball&Beam system is a typical unstable system. This system can be stabilized by means of several control strategies. For example PID control, fase compensators, feed back state, and others. A disadvantage of these controls is that they need a velocity measurement (direct way or indirect).

In this work we propose to use a proportional-delayed control . In this control strategy, we use the state delayed to stabilized the system, without use a measure of velocity.

Keywords: *Time delay system, proportional delayed control, obsevability, controllability.*

Contenido

- Agradecimientos** **ii**

- Resumen** **iii**

- Abstract** **iv**

- 1 Introducción** **1**

- 2 Modelo matemático** **4**
 - 2.1 Sistema Bola-Viga 5
 - 2.2 Conclusiones 8

- 3 Estrategias de Control Clásico** **9**
 - 3.1 Controlador proporcional derivativo PD 10
 - 3.2 Compensador en adelanto 15
 - 3.3 Conclusiones 18

- 4 Control Moderno** **19**
 - 4.1 Sistema de seguimiento y observador de orden mínimo 20
 - 4.2 Conclusiones 28

- 5 Control con retardo** **30**
 - 5.1 Controlador proporcional derivativo con predictor de Smith 31

5.2	Controlador proporcional retardado	35
5.3	Conclusiones	45
6	Anexos	47
6.1	Explicación en general del Código C usado para la programación de cada controlador en el microcontrolador	47
6.2	Código C para el controlador proporcional derivativo	54
6.3	Código C para el compensador en adelanto de fase	57
6.4	Código C para el sistema de seguimiento y observador de orden mínimo	60
6.5	Código C para el predictor de Smith	64

Lista de Figuras

2.1	Sensor de posición del sistema B-V.	5
2.2	Sistema B-V.	5
3.1	Sistema de control re-alimentado.	9
3.2	Respuesta al impulso de un sistema de segundo orden.	12
3.3	Lugar de las raíces del sistema Bola Viga	13
3.4	Lugar de las raíces del sistema Bola Viga con controlador proporcional derivativo	15
3.5	Diagrama a bloques del sistema B-V con controlador PD	15
3.6	Respuesta al escalón con el controlador PD	16
3.7	Lugar de las raíces del sistema con compensador en adelanto de fase	17
3.8	Diagrama a bloques del sistema con compensador en adelanto	17
3.9	Respuesta del sistema al escalón con el compensador en adelanto	18
3.10	Respuesta del sistema al escalón, comparación entre PD y compensador en adelanto de fase	18
4.1	Diagrama a bloques del sistema de seguimiento con observador de orden mínimo.	27
4.2	Respuesta del sistema B-V con sistema de seguimiento y observador de estados.	28
4.3	Comparación entre controlador PD y sistema de seguimiento con observador de estados.	29
5.1	Diagrama a bloques del predictor de Smith.	31

5.2	Predicador de Smith	32
5.3	Predicador de Smith sin perturbación	32
5.4	Lugar de las raíces del sistema controlado por un Predicador de Smith	34
5.5	Diagrama a bloques del sistema B-V con un controlador PD y un predicador de Smith	34
5.6	Respuesta al escalón del sistema B-V con un controlador PD y un predicador de Smith.	35
5.7	Diagrama del comportamiento de el retardo $h(\omega)$ y $kr(h, \omega)$	41
5.8	Controlador PR en el tiempo continuo	44
5.9	Controlador PR en el tiempo discreto	44
5.10	Comparativa entre PD y los controlador PR en el tiempo continuo y discreto	45

Capítulo 1

Introducción

Un sistema es un conjunto de componentes que actúan en conjunto para realizar un objetivo determinado. Este sistema puede ser físico ó abstracto, por tanto existe gran diversidad de sistemas como económicos, sociales, químicos, mecánicos o mecatrónicos, siendo este último nuestro interés.

Para hacer que un sistema se comporte de forma deseada se utiliza un controlador. Un controlador es un dispositivo con el que se efectúa una acción dentro de un sistema que permite manipularlo, en otras palabras, se encarga de que el sistema llegue a un estado deseado en un tiempo determinado [Ogata,1998].

Existen dos configuraciones básicas en la cuales puede ser conectado un controlador: lazo abierto y lazo cerrado. La configuración en lazo abierto funciona con base en parámetros predefinidos y una calibración previa. En este tipo de conexión la salida no afecta la acción del controlador, por lo tanto a cada entrada de referencia le corresponde una condición operativa fija y la precisión estará directamente ligada a que tan buena sea la calibración del controlador. En el caso que existan perturbaciones el controlador será incapaz de entregar la salida deseada.

Por el contrario los controladores en lazo cerrado o con re-alimentación obtienen información de la salida del sistema, la diferencia entre esta señal y la deseada dictará la intensidad de la respuesta del controlador para que el sistema se ajuste a los requisitos deseados. Esta

información se denomina señal de error. Una consecuencia directa, de considerar el error, es que el control re-alimentado tiene cierto grado de inmunidad ante la presencia de perturbaciones, esto es, continúa reduciendo la diferencia entre la salida deseada con respecto a una entrada de referencia.

Para los sistemas en los que se conocen con anticipación las entradas y no existen perturbaciones, es preferible implementar un control en lazo abierto pues los controladores en lazo cerrado solo presentan ventajas cuando existen perturbaciones o variaciones en los parámetros del sistema y además pueden desestabilizar el sistema. Adicionalmente la cantidad de componentes necesarios para la implementación de un controlador en lazo cerrado es considerablemente mayor y más costosa que si se opta por un controlador en lazo abierto. La potencia de salida de un sistema de lazo cerrado es mayor, por lo que si se necesita un sistema con bajos requerimientos energéticos un controlador de lazo abierto es una mejor opción [Kuo,1996].

No importando el tipo de configuración del controlador, por el simple hecho de que existe una transmisión de información (o en ciertos casos de energía), existirán retardos de tiempo dentro de los sistemas. El retardo es la propiedad de un sistema por la cual la respuesta a una acción aplicada es retrasada en su efecto. La magnitud del retardo será determinada por la distancia que exista del transmisor al receptor y por la velocidad de transmisión. La presencia de retardos de tiempo hace que el análisis del sistema y el diseño de un controlador sean mucho más complejos. Los retardos de tiempo están presentes en el entorno, no son exclusivos de sistemas de ingeniería, estos existen en sistemas biológicos, químicos, económicos, físicos, sociales, entre otros. [Zhong,2006].

En sistemas de control, la tendencia es responder a errores inmediatamente, si el error no se reduce o elimina en el tiempo estipulado se responde con mucha mayor intensidad. En el caso en el cual un sistema tenga un retardo de tiempo muy pequeño, este se podría considerar despreciable y los efectos del mismo no tendrán un impacto negativo en la precisión del sistema.

Por el contrario en sistemas con retardos de tiempo grandes, sus efectos son significativos, debido a que el error solo cambiará una vez transcurrido el tiempo de retardo. Como

consecuencia, de no tomar en cuenta el retardo, las acciones de control emprendidas en el sistema para reducir el error, serán realizadas con una intensidad excesiva lo cual provocará, en el mejor de los casos, que el sistema tenga un gran sobre impulso y en el peor que se destruya al volverse inestable. Existen distintas estrategias de control que pueden utilizarse para evitar que un sistema como este tenga un comportamiento inestable. Técnicas de control clásico y moderno que permiten ajustar el comportamiento del sistema al deseado. Actualmente el control con retardo se ha aplicado a distintos sistemas demostrando un mejor desempeño que otros controles.

El propósito de esta tesis es presentar la aplicación de un control del tipo proporcional retardado [Villafuerte,2010], [Villafuerte,2009] a un sistema mecatrónico Bola-viga (B-V) y compararlo con los controles clásicos a fin de demostrar su efectividad.

A fin de presentar los resultados en forma ordenada, esta tesis estará dividida en cuatro capítulos. En el primer capítulo se obtendrá el modelo matemático para el comportamiento dinámico del sistema B-V. En el segundo capítulo se desarrollan estrategias de control clásico para el sistema B-V (proporcional derivativo y en adelanto de fase). El diseño de un sistema de control por re-alimentación de estados y la construcción de un observador de estados para el B-V son presentados en el capítulo tres. El capítulo cuatro trata sobre sistemas de control con retardos, en particular el diseño de un control proporcional derivativo con predictor de Smith y un control proporcional retardado. Finalmente, breves conclusiones culminan este trabajo. Como apoyo para las personas que deseen dar continuidad a este trabajo, después de las conclusiones se adicionaron los programas desarrollados en lenguaje C para microcontroladores PIC en la sección llamada anexos.

Capítulo 2

Modelo matemático

Cuando se habla de un sistema se hace referencia a una colección de objetos que realizan una tarea específica. El comportamiento de este puede ser modificado al realizar cambios en el de forma intencional. Estos cambios son posibles si el sistema cuenta con al menos una entrada y por lo menos una salida que permita conocer dichos cambios.

Para poder controlar el sistema es necesario tener una descripción adecuada, que permita modelar el comportamiento de la salida del sistema ante cambios en sus entradas y perturbaciones a las que este expuesto, a esta descripción, en forma de expresiones matemáticas, se le conoce como modelo matemático [Ogata,1998].

A continuación se presenta la construcción del modelo matemático del sistema B-V que se utilizó en esta tesis. El sistema B-V consiste en una barra de bronce rígida sobre la cual se desliza una bola metálica. Sobre la barra se encuentra un sensor lineal el cual se encarga de medir la posición de la bola en la viga. El sensor lineal utilizado es una cuerda 4ta de nylon de guitarra la cual actúa como elemento resistivo en conjunto con la barra de bronce como se ve en la figura 2.1. A fin de reducir el ruido del sensor se utilizó un capacitor de 2200μ faradios (un filtro pasa bajas).

El propósito de control para este sistema es colocar la bola metálica en una posición deseada sobre la barra. Con este fin el acutador utilizado es un servo-motor controlado por modulación

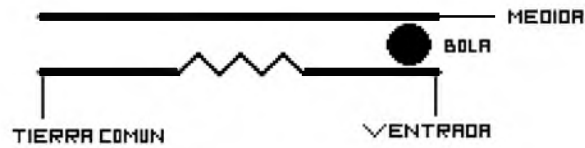


Figura 2.1: Sensor de posición del sistema B-V.

por ancho de pulso con periodo de veinte milisegundos, a fin de enfocarse al diseño de los controladores y reducir la complejidad del modelo matemático.

2.1 Sistema Bola-Viga

El sistema conocido como B-V es un caso típico de estudio en la ingeniería de control debido a que es un ejemplo de sistema inestable (su salida crece infinitamente ante una entrada escalón) y sirve de introducción para el tema de sistemas no lineales.

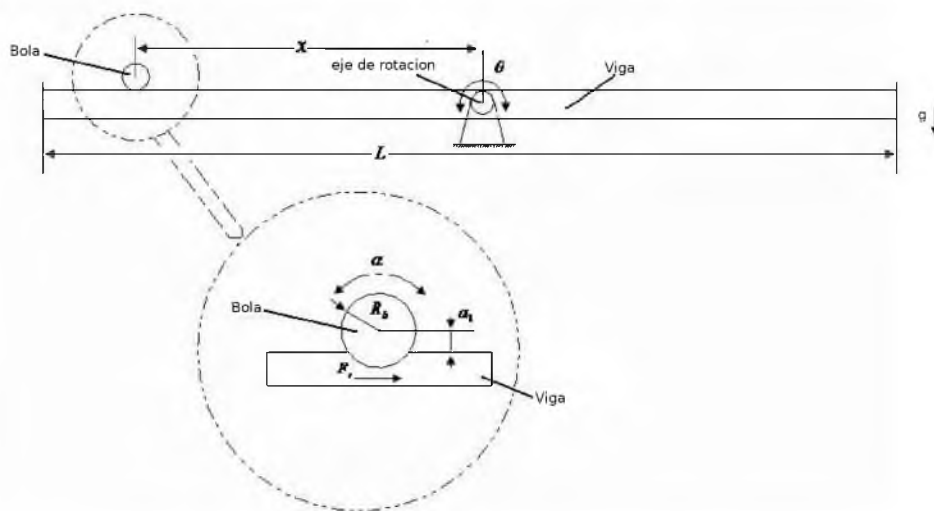


Figura 2.2: Sistema B-V.

Existen varias configuraciones para el B-V, la utilizada en este trabajo se representa en la figura 2.2. El sistema consiste en una viga simétrica que se hace girar en un plano vertical mediante la

aplicación de un par de torsión en el punto de rotación (el centro). En la parte superior de la viga se hace rodar una bola. Lo que se desea es controlar la posición de ésta en la viga.

Para obtener el modelo matemático del sistema B-V se realizará un análisis de las fuerzas involucradas en él. Las fuerzas involucradas son: F_t es la fuerza producida por la traslación de la bola y F_r es la fuerza producida por la rotación de la bola. Estas deben ser igual a la fuerza que produce la bola al moverse menos la fuerza de fricción. La bola se mueve a lo largo de la viga con una aceleración igual a la componente de la gravedad para cada ángulo de inclinación α de la barra. Así, por la segunda ley de Newton, se obtien la siguiente igualdad

$$\sum F = M_b g \sin(\alpha) - \mu_k \dot{x}(t) = F_t + F_r \quad (2.1)$$

donde M_b es la masa de la bola, g es la aceleración de la gravedad, μ_k el coeficiente de fricción dinámica del sistema, $x(t)$ la posición de la bola con respecto a la viga y $\dot{x}(t)$ la velocidad de la bola.

La fuerza traslacional de la bola es igual a su aceleración multiplicada por su masa:

$$F_t = M_b \ddot{x}(t)$$

El momento generado por la rotación de la bola es

$$\tau_b = F_r R = \frac{J}{R} \ddot{x}(t)$$

donde R es el radio de la bola, J el momento de inercia y $\ddot{x}(t)$ la aceleración de la bola.

La fuerza rotacional de la bola esta determinada por la siguiente expresión

$$F_r = \frac{J}{R^2} \ddot{x}(t)$$

El momento de inercia para una esfera [Serway,1993]

$$J = \frac{2}{5}M_b R^2$$

al sustituir en (2.1) obtenemos:

$$\begin{aligned} M_b g \sin(\alpha) - \mu_k \dot{x}(t) &= M_b \ddot{x}(t) + \frac{2}{5} M_b \ddot{x}(t) \\ g \sin(\alpha) - \mu_k \dot{x}(t) &= \frac{7}{5} \ddot{x}(t) \end{aligned}$$

Dado que la fuerza de fricción entre la bola y la viga es muy pequeña, por lo cual se considera despreciable, esto nos conduce a la siguiente expresión:

$$g \sin(\alpha) = \frac{7}{5} \ddot{x}(t) \quad (2.2)$$

Al tomar α en radianes (por construcción α es pequeño) es posible hacer la aproximación $\sin(\alpha) = \alpha$ [Ogata,1998]

$$g\alpha = \frac{7}{5} \ddot{x}(t) \quad (2.3)$$

Para obtener la función de transferencia del sistema B-V se aplica la transformada de Laplace al sistema (2.3)

$$s^2 X(s) = \frac{5}{7} g \alpha(s)$$

Al despejar $X(s)$ obtenemos:

$$X(s) = \frac{\frac{5}{7} g \alpha(s)}{s^2}$$

La inclinación α debe ser multiplicada por una constante de proporcionalidad la cual la relaciona con el sensor de la planta y el angulo de inclinación. Esta constante de proporcionalidad se determinó en forma experimental:

$$\alpha(s) = 0.41374923 \theta(s)$$

Al sustituir en la ecuación anterior, se obtiene la función de transferencia del sistema:

$$\frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{2.8992}{s^2}$$

Usando un tiempo de muestreo de $2ms$ (este es el tiempo máximo que se puede utilizar debido al uso del servo-motor) y aplicando transformada \mathcal{Z} a la función de transferencia anterior obtenemos:

$$\frac{X(z)}{\theta(z)} = \frac{0.0005798(z + 1)}{(z - 1)^2} \quad (2.4)$$

2.2 Conclusiones

El modelo matemático construido para este sistema fue validado experimentalmente por medio de distintas pruebas, entre las cuales se encuentra la respuesta al escalón. Esta prueba consistió en aplicar a la barra un ángulo de entrada y tomar mediciones de posición inicial, posición final y tiempo de recorrido, corroborando que, dentro de los límites de movilidad del prototipo construido (27 cm de largo y un ángulo máximo de 15 grados) la diferencia entre la medición y los resultados calculados con el modelo fueran menores al 2%, es decir, menor a 0.54cm.

Capítulo 3

Estrategias de Control Clásico

La teoría de control clásico (tanto en tiempo continuo como en tiempo discreto) se basa en el análisis y diseño de sistemas de control re-alimentados, representados en la siguiente figura

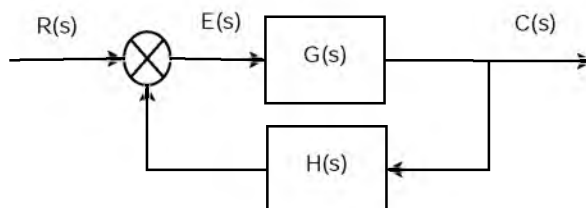


Figura 3.1: Sistema de control re-alimentado.

Para ello, se hace uso de una herramienta matemática conocida como la función de transferencia del sistema, esto es la razón de la transformada de Laplace de la salida entre la transformada de Laplace la entrada.

Este enfoque únicamente puede ser utilizado cuando el modelo matemático del sistema puede ser representado en términos de ecuaciones diferenciales (o en diferencias) lineales, invariantes en el tiempo y con la desventaja de que el enfoque multivariable se torna sumamente complejo.

Cuando se desea modificar el comportamiento de un sistema, es decir controlarlo, se busca la función de transferencia que modifique la respuesta del sistema de acuerdo a la salida requerida. El elemento de control que realiza esta tarea se le conoce como controlador. Este recibe la

diferencia entre el valor deseado de la respuesta del sistema (la entrada) y el valor actual (la salida) a fin de que el sistema llegue a la salida deseada. La señal generada por esta diferencia se conoce como error. Así el error es la información que recibe a su entrada el controlador el cual producirá señales de control para que los actuadores del sistema lleven la salida de este lo más próxima posible a la entrada deseada.

En este enfoque, la respuesta de un sistema es caracterizada en términos del error en estado estable, estabilidad, velocidad en la respuesta, y el sobre impulso. Al diseñar un sistema de control se busca que este satisfaga los requisitos impuestos por el diseñador. Existen varios métodos para la sintonización del controlador, por ejemplo, el método del lugar geométrico de las raíces y los métodos de respuesta en frecuencia.

En este capítulo se presenta el método del lugar geométrico de las raíces en el tiempo discreto para el diseño de los controladores.

3.1 Controlador proporcional derivativo PD

Las principales estrategias de control clásico son una combinación de las tres acciones básicas de control, a saber, la acción proporcional (P), la acción integral (I) y la acción derivativa (D), con las cuales se forman los controladores P, PI, PD y PID. Estos controladores permiten mejorar las características de la respuesta del sistema (tanto en estado estable como en estado estacionario) al modificar individualmente las ganancias de las acciones de control, lo que facilita su implementación y su sintonización sin la necesidad de cálculos complejos o incluso de manera empírica.

Cada acción de control realiza una acción correctiva específica, la parte proporcional aumenta la velocidad de respuesta del sistema, pudiendo hacer cambios en el sobreimpulso. La parte derivativa mejora el factor de amortiguamiento, reduce el sobreimpulso, tiempo de levantamiento y asentamiento. Al tiempo que la parte integral reduce el error en estado estable, el sobreimpulso y mejora el tiempo de levantamiento y factor de amortiguamiento [Kuo,1996].

En el caso del sistema B-V la función de transferencia de la planta tiene dos polos en el origen (cada uno equivalente a un integrador), por lo que se asume error en estado estable cero y por tanto no es necesaria la acción de control integral, dando pie al uso del control proporcional derivativo (PD).

Una técnica poderosa que facilita la sintonización un controlador es el método de lugar geométrico de las raíces, desarrollada por W. R. Evans. Este método parte de que la función de transferencia del sistema en lazo cerrado es la siguiente

$$G(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)H(z)},$$

cuya ecuación característica es

$$1 + G(z)H(z) = 0.$$

Esta ecuación puede ser reescrita como sigue

$$G(z)H(z) = -1$$

de donde parten la propiedad del ángulo

$$\angle G(z)H(z) = \pm 180(2n + 1) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

y la propiedad de magnitud

$$|G(z)H(z)| = 1$$

Aquí los valores de z que satisfacen las condiciones de ángulo y magnitud son los polos de lazo cerrado (que dominan la dinámica del sistema).

Las raíces de la ecuación característica que corresponden a un valor dado de ganancia pueden localizarse en el lugar geométrico de las raíces mediante la condición de magnitud. Esto permite que el comportamiento de la planta sea modificado a conveniencia a través de estas dos

condiciones. Por medio de la gráfica del lugar de las raíces se puede saber que elementos deben agregarse al sistema para que la ecuación característica corresponda al desempeño deseado.

Para utilizar el método del lugar geométrico de las raíces es necesario conocer la ubicación del polo dominante deseado de modo que que la respuesta del sistema compensado sea la esperada. La respuesta de un sistema de segundo orden a una entrada escalón unitario se presenta en la siguiente figura.

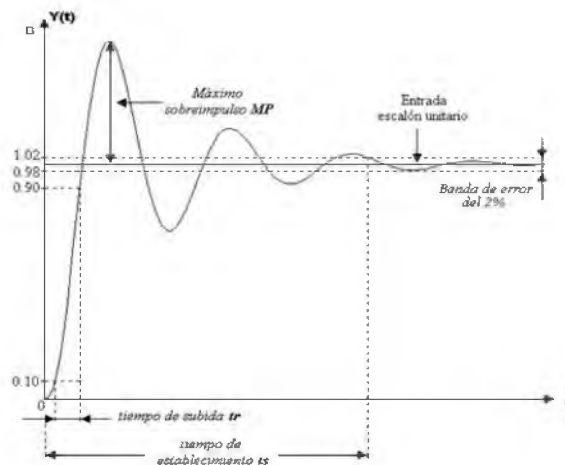


Figura 3.2: Respuesta al impulso de un sistema de segundo orden.

En términos de estos parámetros, es que se deben establecer los polos dominantes de lazo cerrado del sistema. Así la respuesta deseada del sistema B-V debe satisfacer las siguientes especificaciones de diseño:

- Tiempo de asentamiento $T_s = 4\text{seg}$
- Porcentaje de sobre impulso $\%OS = 10$

Con esta información, el factor de amortiguamiento relativo del sistema (ξ) puede ser calculado como sigue

$$\xi = \frac{-\ln\left(\frac{\%OS}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 - \ln^2\left(\frac{\%OS}{100}\right)}} = \frac{-\ln\left(\frac{10}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 - \ln^2\left(\frac{10}{100}\right)}} = 0.5911$$

La frecuencia natural no amortiguada (ω_n)

$$\omega_n = \frac{4}{(\xi)(T_s)} = \frac{4}{(0.5911)(4)} = 1.6916$$

Los polos dominantes en el tiempo discreto construido con estos parámetros son los siguientes

$$z = e^{T(-\xi\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\xi^2})}$$

donde T es el periodo de muestreo (T=0.02s, debido a que es la velocidad máxima del servomotor).

$$z = e^{0.02(-0.5911 \cdot 1.6916 + j \cdot 1.6916 \sqrt{1-0.5911^2})} = 0.9798 + j0.026749 \quad (3.1)$$

El diagrama del lugar de las raíces del sistema es el siguiente

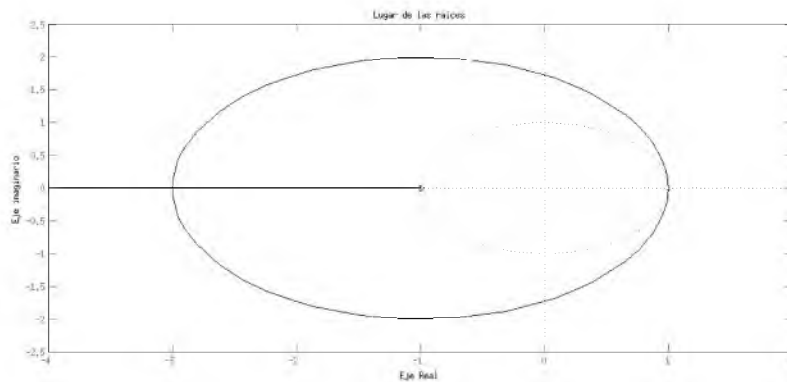


Figura 3.3: Lugar de las raíces del sistema Bola Vega

Como el lugar de las raíces se extiende fuera del círculo unitario de estabilidad (figura 3.3), el sistema B-V es inestable en una amplia gama de valores de K . Para cumplir con la condición de ángulo, los polos y ceros del controlador, en la ecuación característica deseada, deberán complementar las aportaciones angulares de los polos y ceros de la planta, de forma que el aporte angular es el siguiente

$$\sum \angle Polo - \sum \angle ceros = \pm 180^\circ(2n + 1) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

La medición de la aportación angular de los polos es de 127.02418° y la de los ceros es de 0.07739° , por lo tanto se deben compensar 73.27447° .

Puesto que el controlador proporcional derivativo tiene un polo en el origen, este polo aportará 1.5634° y el cero del controlador deberá aportar 74.83788° para compensarlo. En base a esta aportación angular el cero del controlador se debe ubicar en 0.972583 y por lo tanto:

$$G_c(z) = \frac{k(z - 0.972583)}{z}$$

La ganancia k del controlador se obtiene de la condición de magnitud

$$|G_c(z)G_p(z)|_{z=0.9798+j0.026749} = 1$$

donde $G_p(z)$ es la función de transferencia de la planta

$$G_p(z) = \frac{0.0005798z + 0.0005798}{z^2 - 2z + 1} \quad (3.2)$$

Substituyendo se tiene

$$k = 34.569948$$

Con k se determina la función de transferencia del controlador

$$G_c(s) = \frac{34.569948(z - 0.972583)}{z} \quad (3.3)$$

El lugar de las raíces del sistema con el controlador PD se presenta en la figura 3.4.

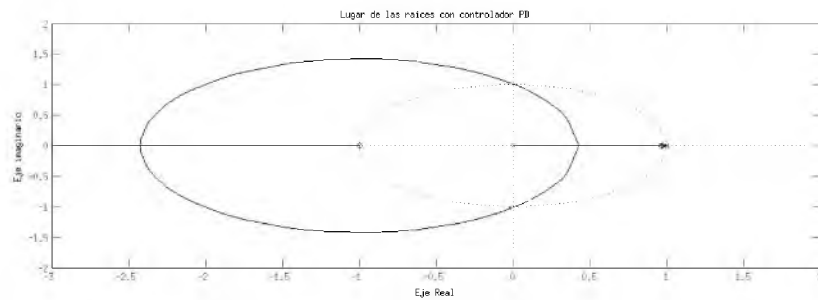


Figura 3.4: Lugar de las raíces del sistema Bola Vega con controlador proporcional derivativo

Para simular el comportamiento del sistema compensado se utilizó Matlab Simulink, debido a la facilidad de conexión. El diagrama de bloques para la simulación en este paquete computacional y su simulación se presentan en las figuras 3.5 y 3.6 respectivamente.

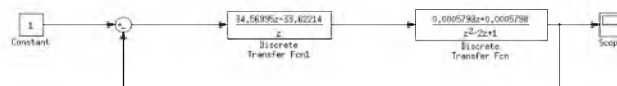


Figura 3.5: Diagrama a bloques del sistema B-V con controlador PD

3.2 Compensador en adelante

Algunas veces es posible obtener el desempeño deseado de un sistema con solo modificar su ganancia. Sin embargo, para la mayoría de los sistemas, el controlador proporcional no permitirá tener control total sobre la respuesta del sistema. Para mejorar la respuesta limitada que un controlador proporcional conlleva, es necesario incorporar componentes adicionales al controlador, esta adición de partes nuevas se denomina compensación y el nuevo componente agregado al sistema para obtener las características deseadas se denomina compensador.

El compensador en adelante de fase es llamado así, puesto que al ser aplicado a un sistema hará una aportación positiva a la fase de este, con lo cual “adelantará” la fase. Este compensador

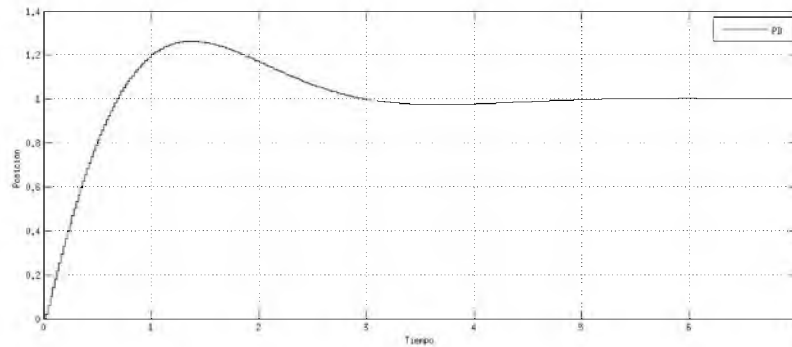


Figura 3.6: Respuesta al escalón con el controlador PD

incrementa el factor de amortiguamiento del sistema, mejora los tiempos de levantamiento y asentamiento, pero no afecta el error en estado estable.

Con el fin de comparar el desempeño del control PD con otros controladores sobre el mismo sistema, se diseñará un compensador en adelanto de fase, utilizando las mismas especificaciones de diseño.

La función de transferencia del compensador tiene la forma:

$$G_c(z) = \frac{z - \alpha}{z - \beta}$$

Para que el compensador produzca un adelanto en la fase, este deberá cumplir que $\alpha > \beta$. La ubicación del polo y cero requiere nuevamente del uso del método del lugar de las raíces .

De acuerdo a las especificaciones, el polo dominante deseado se encuentra ubicado en el plano z (3.1)

$$z = 0.9798 \pm j0.026743$$

La forma del lugar de las raíces del sistema requiere que el polo del compensador se encuentre a la izquierda del cero, para que este se acerque al origen. Con esto se evita que el lugar de las raíces salga del círculo unitario provocando la inestabilidad del sistema compensado. Para lograrlo se propone ubicar al polo en 0.3 aportando 2.2528° y por tanto el cero del compensador deberá

aportar 75.5273° . Este aporte se logra al ubicar el cero en 0.9729. La función de transferencia del compensador es la siguiente:

$$G_c(z) = k \frac{z - 0.9729}{z - 0.3}$$

La ganancia k se obtiene de la misma forma que se calculó para el controlador PD. Utilizando la propiedad de magnitud se obtiene $k = 24.10133$. Así la función de transferencia de pulso del compensador en adelanto de fase es la siguiente

$$G_c(z) = 24.10133 \frac{z - 0.9729}{z - 0.3}$$

El lugar de las raíces del sistema con el compensador en adelanto de fase es el siguiente

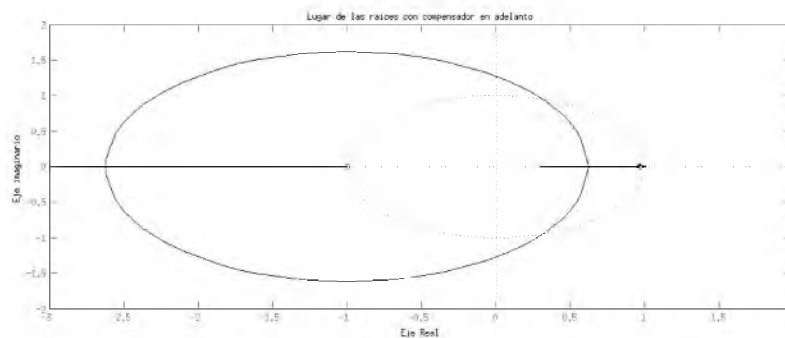


Figura 3.7: Lugar de las raíces del sistema con compensador en adelanto de fase

El diagrama para su simulación en Matlab simulink es el siguiente

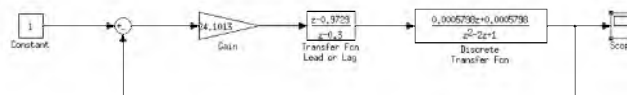


Figura 3.8: Diagrama a bloques del sistema con compensador en adelanto

Al simular el comportamiento del sistema compensado con una entrada escalón unitario la respuesta es la siguiente

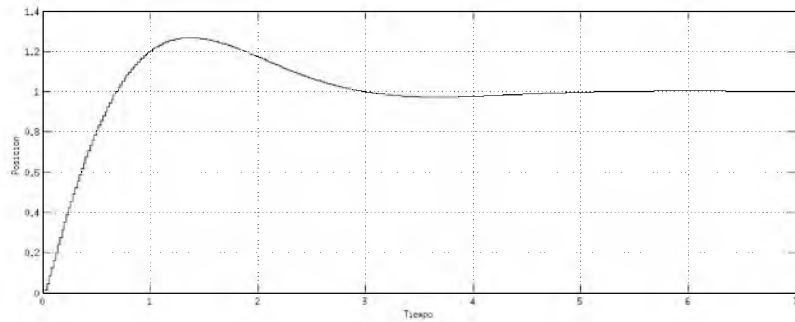


Figura 3.9: Respuesta del sistema al escalón con el compensador en adelanto

3.3 Conclusiones

Para concluir este capítulo se presenta una comparación entre el desempeño de estos dos controladores.

La siguiente simulación del sistema busca contrastar las respuestas obtenidas al utilizar el controlado basado en el compensador y la obtenida con el controlador proporcional derivativo.

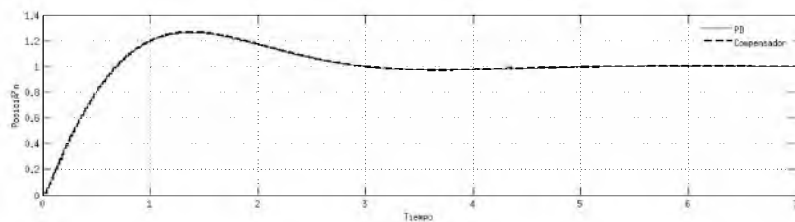


Figura 3.10: Respuesta del sistema al escalón, comparación entre PD y compensador en adelanto de fase

A pesar de que la respuesta obtenida con ambos controladores es muy parecida, el compensador tendrá mayor sobre impulso. No existirá gran diferencia en la práctica debido a que estos deben ser implementados en un sistema digital.

Capítulo 4

Control Moderno

A medida que se necesitó controlar sistemas más complejos, fue necesario un modelar sistemas con múltiples entradas y múltiples salidas. Analizar estos sistemas por medio de la teoría control clásico requiere de funciones de transferencia agrupadas matricialmente (Matriz de transferencia) que por lo general son complejas.

El control moderno se basa en el análisis de sistemas en el espacio de estados, en el cual se realiza la descripción de un sistema en términos de n ecuaciones diferenciales de primer orden agrupadas en forma matricial. Esta notación simplifica el modelado matemático de los sistemas con múltiples entradas y salidas, sin un notable incremento en su complejidad [Kuo,1996].

Un sistema en variables de estado se representa por las ecuaciones:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k)\end{aligned}$$

Donde x es el vector de estados, y es el vector de salida, A la matriz de estado, B la matriz de entrada, C la matriz de salida y D la matriz de transferencia directa. Existen muchas herramientas para el diseño en el espacio de estados. A continuación se diseñará un sistema de seguimiento con un observador de orden mínimo para controlar el sistema B-V.

4.1 Sistema de seguimiento y observador de orden mínimo

Muchas técnicas de control moderno se basan en la configuración de re-alimentación de estados. En vez de usar un controlador con configuración fija, en trayectorias directas o en la re-alimentación, el control se realiza al re-alimentar las variables de estado del sistema multiplicadas por ganancias constantes. Con esto, se asignan las posiciones deseadas de los polos de lazo cerrado del sistema, produciendo un controlador tipo regulador (lleva la salida a cero). Un sistema de seguimiento es similar a un regulador, pero este permite que las variables de estado alcancen valores deseados [Kuo,1996].

El problema de este enfoque es que no en todos los sistemas es posible medir directamente sus estados u obtener mediciones útiles de estos. En este caso es necesario estimar los estados no medidos a partir de los estados que es posible medir, de las entradas de control y las salidas. El dispositivo o programa que efectúa esta estimación se denomina observador de estados. Si este estima todas las variables del sistema, estén disponibles o no, se denomina observador de estados de orden completo. En ocasiones solo es requerida la medición de algunos estados del sistema por lo cual si el observador solo mide algunas de estas variables se denomina observador de estados de orden reducido o mínimo.

En el sistema B-V solo es posible medir la posición de la bola, por esto es necesario incluir un observador de estados que estime su velocidad. A continuación se presenta la construcción de un modelo matemático de la planta en el espacio de estados en tiempo continuo para después discretizarla y proceder a diseñar el sistema de seguimiento y el observador de estados de orden mínimo.

Dada la función de transferencia del sistema

$$\frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{2.899}{s^2}$$

se obtiene la representación del sistema en el espacio de estados en el tiempo continuo

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

para posteriormente discretizarla

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

y realizar el diseño del sistema de seguimiento y el observador de estados de orden mínimo en el tiempo discreto.

Para la obtención de la representación en el espacio de estados en tiempo continuo se iguala a cero la función de transferencia del sistema:

$$X(s)s^2 - 2.899\theta(s) = 0$$

y se aplica la transformada inversa de Lapalce

$$\ddot{x}(t) - 2.899\theta(t) = 0$$

Se asignan las variables de estado:

$$x_1(t) = x$$

$$x_2(t) = \dot{x}$$

y se obtiene la representación en el espacio de estados en tiempo continuo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2.899 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0] u(t)$$

Esta representación en sirve de base para obtener su equivalente en tiempo discreto por medio de una discretización.

$$x(k+1) = (I + TA)x(kT) + TBu(kT)$$

$$y(k) = Cx(kT) + Du(kT)$$

donde T es el periodo de muestreo.

Utilizando la discretización anterior en el modelo del sistema B-V se llega al siguiente sistema de ecuaciones en diferencias:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + 0.02 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + 0.02 \begin{bmatrix} 0 \\ 2.899 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + [0] u(k)$$

La representación del sistema en el espacio de estados en tiempo discreto con un periodo de muestreo de 20 ms es la siguiente

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.02 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5798 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

Antes de diseñar el controlador es necesario determinar si el sistema es de estado completamente controlable y observable. Se dice que un proceso es completamente controlable si cada variable de estado del proceso se puede controlar para llegar a un cierto objetivo en un tiempo finito a través de un control no restringido $u(t)$ (Kuo, 1996). Un estado $x(t)$ es observable si dada una entrada $u(t)$ existe un tiempo finito, tal que del conocimiento de $u(t)$, las matrices A, B, C, D y la salida $y(t)$ durante este tiempo, son suficientes para determinar $x(t)$. Si cada estado del sistema es observable se dice que el sistema es de estado completamente observable (Kuo, 1996). La condición necesaria y suficiente para que el sistema sea de estado completamente controlable es:

$$\text{rango} \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n$$

donde n es la dimensión de la matriz A . Así, para nuestro sistema esta condición tiene la forma

$$\begin{bmatrix} B & AB & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.0012 \\ 0.05798 & 0.05798 \end{bmatrix}.$$

Una forma de probar que el rango de esta matriz es n , es calculando su determinante

$$\begin{vmatrix} 0 & 0.0012 \\ 0.05798 & 0.05798 \end{vmatrix} = -0.000069576.$$

Puesto que el determinante de la matriz de controlabilidad es diferente de cero su rango es 2, con esto se cumple la condición para que el sistema sea de estado completamente controlable.

La condición para que el sistema sea de estado completamente observable es:

$$\text{rango} \begin{bmatrix} C^T & A^T B^T \dots & (A^T)^{n-1} C^T \end{bmatrix} = n$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}$$

La matriz diagonal superior tiene dos pivotes, por lo tanto el rango es dos. Así sistema es de estado completamente observable. Estas son las condiciones para que se pueda diseñar un sistema de seguimiento con observador de orden mínimo.

Para comparar el desempeño de este nuevo contralor con las estrategias de control clásico se mantendrán las mismas especificaciones de diseño, es decir el polo deseado se debe ubicar en $z = 0.9798 \pm j0.026743$. Estos polos son utilizados para la construcción de la ecuación característica deseada.

$$z - 0.9798 \pm j0.026743 = 0$$

$$(z - 0.9798 + j0.026743)(z - 0.9798 - j0.026743) = 0$$

$$z^2 - 1.95966z + 0.960788 = 0$$

Las ganancias necesarias para que el sistema de seguimiento satisfaga esta ecuación característica son calculadas igualando coeficientes entre la ecuación característica deseada y la ecuación característica construida con base al diseño por re-alimentación de estados

$$|zI - A + BK| = z^2 - 1.95966z + 0.960788$$

$$\left| z \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0.02 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5798 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \right| = z^2 - 1.95966z + 0.960788$$

$$z^2 + (0.05798k_2 - 2)z + (1 + 0.001159k_1 - 0.05798k_2) = z^2 - 1.95966z + 0.960788$$

El resultado es un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$0.05798k_2 - 2 = -1.95966$$

$$1 + 0.001159k_1 - 0.05798k_2 = 0.960788$$

La solución de este sistema de ecuaciones determina el valor de las ganancias del sistema de seguimiento k_1 y k_2

$$k_1 = 0.7340127$$

$$k_2 = 2.885528$$

Estas ganancias permiten la construcción del sistema de seguimiento y se procede a diseñar el observador de orden mínimo. El observador tiene un mejor desempeño cuando la respuesta de este tiene oscilaciones muertas, esto es, cuando la respuesta a una entrada escalón unitario alcanza la trayectoria deseada en un tiempo mínimo y sin error, típicamente dos tiempos de muestreo (Kuo, 1996).

La ecuación que define la dinámica del observador de estados de orden mínimo es:

$$\phi(z) = z = 0$$

La matriz de ganancias del observador de orden mínimo puede obtenerse por medio de la

modificación de la fórmula de Ackermann (Ogata 1996):

$$k_e = \phi(G_{bb}) \begin{bmatrix} G_{ab} \\ G_{ab}G_{bb} \\ \vdots \\ G_{ab}G_{bb}^{m-3} \\ G_{ab}G_{bb}^{m-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

donde:

$$\phi(G_{bb}) = G_{bb}^{m-1} + \alpha_1 G_{bb}^{m-2} + \dots + \alpha_{n-2} G_{bb} + \alpha_{n-1} I$$

En este caso:

$$\begin{bmatrix} G_{aa} & G_{ab} \\ G_{ba} & G_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.02 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} H_a \\ H_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.05798 \end{bmatrix}$$

$$\phi(G_{bb}) = 1$$

$$K_e = \phi(G_{bb}) (G_{ab})^{-1} (1) = (1) (0.02)^{-1} (1) = 50$$

La ecuación que define la dinámica del observador de orden mínimo es:

$$\begin{aligned} \bar{\eta}(k+1) &= (G_{bb} - K_e G_{ab}) \bar{\eta}(k) + [(G_{bb} - k_e G_{ab}) k_e + G_{ba} - k_e G_{aa}] y(k) + \dots \\ &\dots + (H_b - K_e H_a) u(k) \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores de las constantes calculadas en la expresión anterior

$$\begin{aligned} \bar{\eta}(k+1) &= (1 - (50)(0.02)) \bar{\eta}(k) + [(1 - (50)(0.02)) 50 + 0 - (50)(1)] y(k) + \dots \\ &\dots + (0.05798 - (50)(0)) u(k) \\ &= -50y(k) + (0.05798) u(k) \end{aligned}$$

se obtiene la ecuación que definirá la dinámica del observador de orden mínimo.

Para observar la respuesta del sistema de seguimiento con observador de orden mínimo se simuló utilizando Matlab Simulink. El diagrama de bloques de este sistema se presenta en la figura

4.1

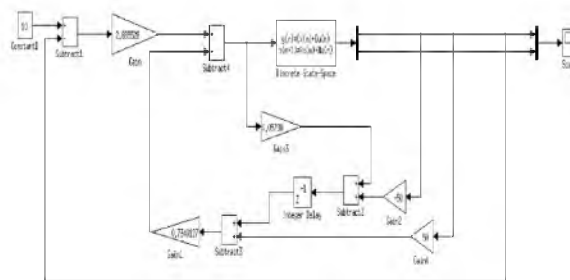


Figura 4.1: Diagrama a bloques del sistema de seguimiento con observador de orden mínimo.

La respuesta del sistema, a una entrada constante de 10 unidades, obtenida por medio de la simulación en Matlab Simulink, es la siguiente:

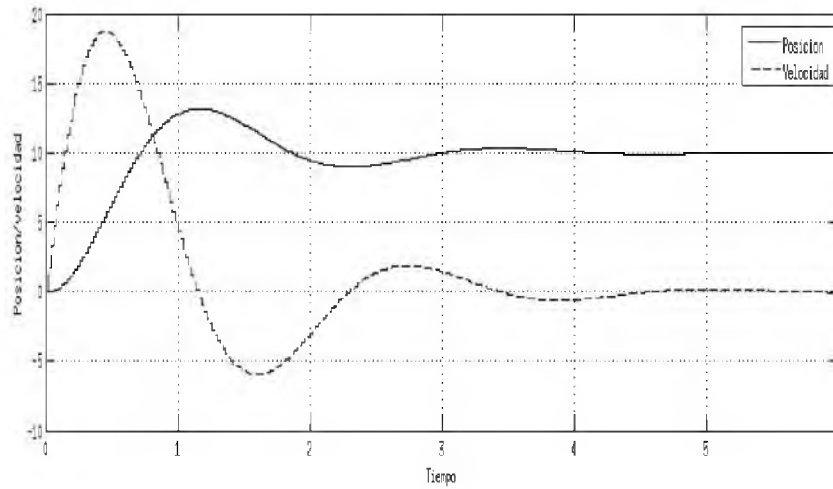


Figura 4.2: Respuesta del sistema B-V con sistema de seguimiento y observador de estados.

4.2 Conclusiones

Al no tener otra alternativa para diseñar un controlador por métodos de control modernos, podemos realizar una comparación con la respuesta del controlador PD. Esta respuestas del sistema se presentan en la siguiente figura:

El controlador PD tendrá un menor sobre impulso, a pesar de que el sistema de seguimiento fue diseñado con las mismas especificaciones que el PD, esto es debido a que no todos los estados pueden ser medidos, el observador proporciona solo un estimado de la velocidad de la bola, por esto no tendrá el mismo desempeño al perder precisión en las mediciones.

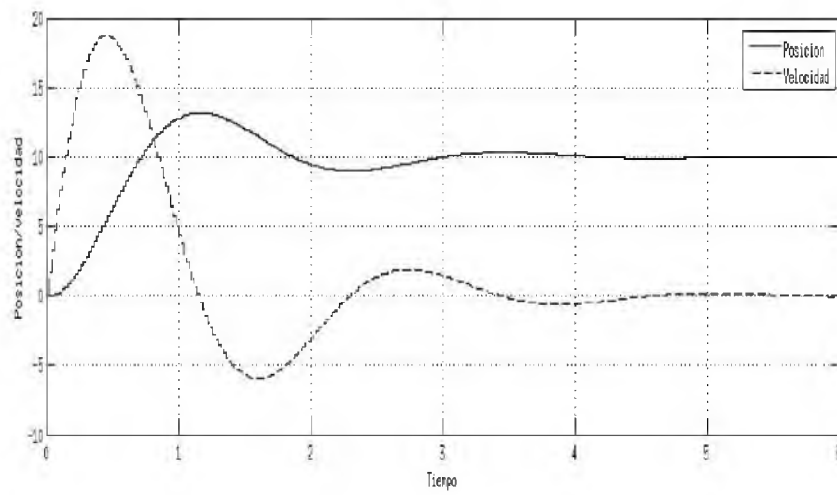


Figura 4.3: Comparación entre controlador PD y sistema de seguimiento con observador de estados.

Capítulo 5

Control con retardo

Muchos procesos pueden ser controlados eficazmente mediante controladores diseñados por medio de funciones de transferencia del sistema o variables de estado. Sin embargo, si se tiene un retardo de tiempo considerable en cualquier parte del proceso, este no puede ser pasado por alto en el modelo. Este retardo aparecerá en la ecuación característica complicando el análisis de estabilidad y el diseño de controladores que garantice la estabilidad del sistema.

El control de sistemas con retardo de tiempo busca evitar que esto suceda al incluir el retardo en el modelo del sistema y en el diseño del controlador. Los primeros controladores en lograr la estabilidad de un sistema con retardo son el control posicast de Smith y posteriormente el predictor de Smith (Zhong 2006).

En este tipo de sistemas se utiliza el control basado en retardos de tiempo o control con retardo. Esto es una técnica que introduce voluntariamente un retardo en el sistema para reducir los efectos de dinámicas no modeladas. A diferencia de otros controladores en los que es necesario ajustar ganancias o identificar parámetros del modelo, este usa mediciones anteriores de las entradas de control y de la respuesta del sistema para definir la ley de control. Cabe señalar que esta técnica de control puede ser aplicada tanto a sistemas con retardo de tiempo como a sistemas lineales invariantes en el tiempo [Villafuerte,2010], [Villafuerte,2009].

A continuación se presenta el diseño de dos controladores con retardo. El primero es el

predicador de Smith que permite diseñar un controlador sin considerar el retardo que se encuentra en el lazo de control y el segundo es un controlador proporcional retardado, que se basa en las regiones de σ -estabilidad del sistema.

5.1 Controlador proporcional derivativo con predicador de Smith

El predicador de Smith permite que la respuesta de un sistema con retardo sea similar a la respuesta que este tendría si el retardo estuviese fuera del lazo de re-alimentación, lo que posibilita que los sistemas de control clásico puedan ser utilizados en el diseño de controladores para sistemas con retardo de tiempo. Sin embargo requiere que la planta sea estable y que el retardo no sea demasiado grande (Zhong 2006).

El predicador se forma al agregar al controlador una re-alimentación local que contiene el predicador de Smith (figura 5.1)

La función de transferencia del predicador de Smith es:

$$Z = G_p - G_{pe}^{-sh}$$

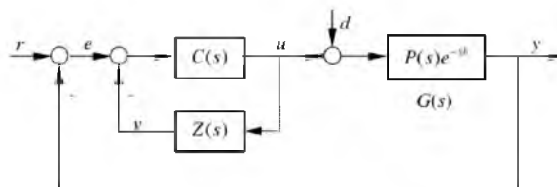


Figura 5.1: Diagrama a bloques del predicador de Smith.

Asumiendo que la planta sea estable y no existan perturbaciones $d=0$, se tiene

$$y + v = G(s)u(s) + Z(s)u(s)$$

$$y + v = P(s)u(s)$$

$$y + v = P(s)e^{-sh}u(s)e^{sh}$$

$$y + v = ye^{sh}$$

La señal de re-alimentación del controlador $C(s)$ será una medición de y adelantada en un periodo de muestreo, o predicha (de ahí el nombre de predictor).

Cuando la planta sin retardo es estable el diagrama a bloques del sistema es el siguiente

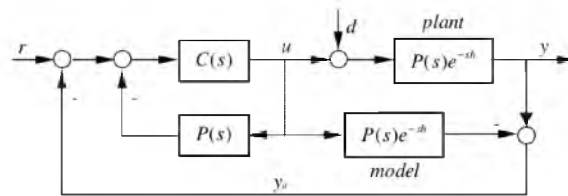


Figura 5.2: Predictor de Smith

Cuando el modelo matemático de la planta es preciso, el sistema no tiene perturbación, $y_0 = 0$ y el lazo inferior se puede considerar abierto, diagrama a bloques del sistema se reduce al presentado en la siguiente figura

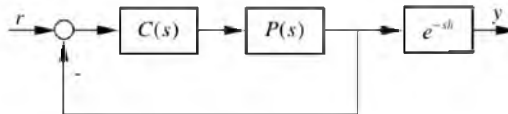


Figura 5.3: Predictor de Smith sin perturbación

De este modo el retardo es enviado fuera del lazo de realimentación del sistema y el controlador puede ser diseñado sin tomar en cuenta el retardo de tiempo e^{-sh} , aun así la ganancia

del controlador no debe ser excesiva, pues el retardo aun impone ciertas limitantes y debe ser equilibrado para no sacrificar robustez por velocidad.

Para este caso se considera el retardo del sistema como un tiempo de muestro (20ms) lo cual nos producirá una función de transferencia para la planta:

$$G_{pr}(s) = G_p(s)e^{-sh}$$

$$G_p(z) = \frac{0.0005798z + 0.0005798}{z^2 - 2z + 1} * z^{-1}$$

El predictor de Smith permite diseñar el controlador sin tomar en cuenta el retardo de la planta se probara en conjunto con el controlador PD diseñado previamente, su función de transferencia es

$$G_c(z) = \frac{34.569948(z - 0.972583)}{z}$$

y la función de transferencia del predictor de Smith es:

$$Z = G_p - G_p e^{-sh}$$

$$= \frac{0.0005798z + 0.0005798}{z^2 - 2z + 1} - \frac{0.0005798z + 0.0005798}{z^2 - 2z + 1} * \frac{1}{z^{-1}}$$

$$= \frac{0.0005798z^4 - 0.001196z^4 - 0.001196z^3 - 0.001596z - 0.0005798}{z^5 - 4z^4 + 6z^3 - 4z^2 + z}$$

El lugar de las raíces del sistema controlado, diseñado por medio de la combinación del controlador PD y el predictor de Smith, nos muestra todos los polos dominantes que puede tener el sistema para una variación de la ganancia en lazo abierto del predictor . Este diagrama se muestra a en la siguiente figura:

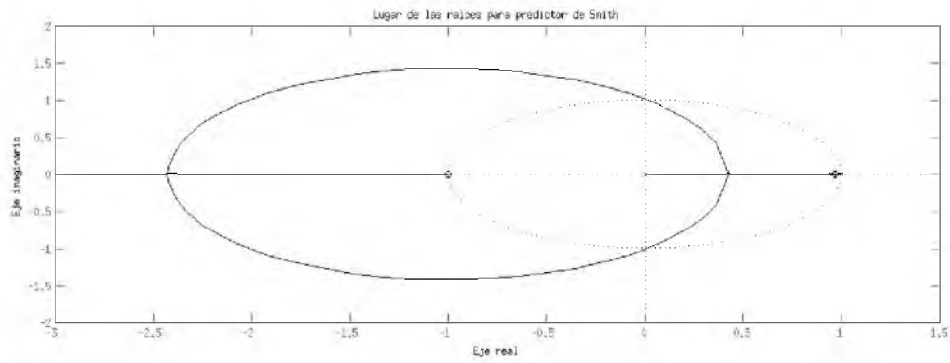


Figura 5.4: Lugar de las raíces del sistema controlado por un Predictor de Smith

La respuesta del sistema fue simulada en Matlab Simulink. A continuación se presenta el diagrama a bloques del sistema con el predictor de Smith y el controlador proporcional derivativo

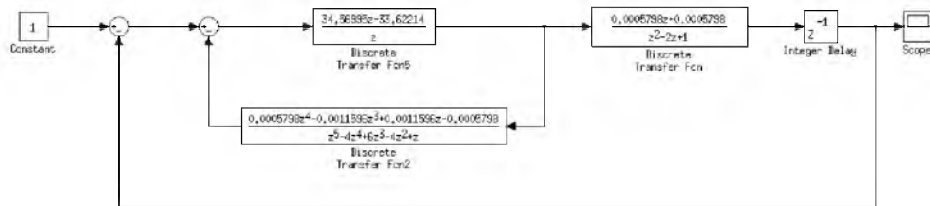


Figura 5.5: Diagrama a bloques del sistema B-V con un controlador PD y un predictor de Smith

La respuesta al escalon unitario de sistema simulada en en Matlab Simulink es la siguiente:

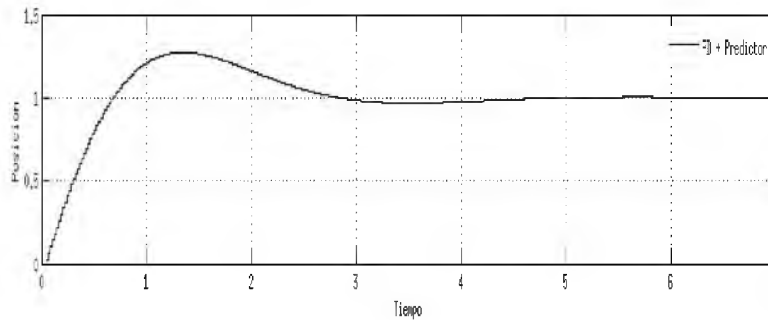


Figura 5.6: Respuesta al escalón del sistema B-V con un controlador PD y un predictor de Smith.

5.2 Controlador proporcional retardado

Los controladores proporcional derivativo son utilizados ampliamente para diversas aplicaciones industriales, robótica, entre otros. Al controlar la posición de un motor con controladores PD es necesario obtener una medición de la velocidad angular del motor, esto puede ser mediante un generador, encoder u otros medios, sin embargo estos métodos producen grandes cantidades de ruido lo cual limita la magnitud de la ganancia derivativa, otra opción es el uso de observadores de estado para estimar la velocidad angular ya que estos producen menor cantidad de ruido.

El controlador proporcional retardado es una alternativa a los controladores PD, a diferencia estos, el control proporcional retardado introduce voluntariamente un retardo al sistema que sustituye la parte derivativa del controlador.

Consideremos la ecuación dinámica del controlador proporcional derivativo

$$U(t) = K_1 * \theta(t) - K_2 * \dot{\theta}(t)$$

Dado que, para h pequeñas, una derivada puede ser aproximada por

$$\dot{\theta}(t) \approx \frac{\theta(t) - \theta(t-h)}{h}$$

sustituyendo en el controlador proporcional derivativo se llega a la ley de control proporcional

retardada:

$$U(t) = -K_p * \theta(t) + K_r * \theta(t - h)$$

Donde $K_p = K_1 + \frac{k_2}{h}$ y $K_r = \frac{k_2}{h}$.

Al no tener necesidad de derivar ni estimar la velocidad angular en un motor se evitan algunos problemas que se presentan al trabajar con un PD como es el uso de filtros u observadores para estimar la posición angular además de facilitar su implementación, pues solo son necesarios algunos registros en el código del controlador para generar el retardo y almacenar la mediciones de error necesarias.

El principal problema de la sintonización del controlador proporcional retardado es que no es posible utilizar las herramientas comunes para esta tarea, pues al incluir un retardo en el sistema la ecuación característica de este tendrá raíces infinitas haciendo el análisis de esta una tarea muy compleja. Ya que el sistema B-V no tiene ceros, la respuesta dependerá en primera instancia de la distancia que el eigenvalor de la ecuación característica de lazo cerrado ubicado mas a la derecha del eje imaginario y segundo dependerá de las raíces dominantes que definirán las oscilaciones de la respuesta, este enfoque esta relacionado a la estabilización con un exponente de decaimiento prescrito denominada σ -estabilidad.

El sistema B-V tiene el siguiente modelo matemático

$$\ddot{x}(t) = \alpha u(t)$$

donde la entrada de control es el angulo de la barra. Sea la entrada de control

$$u_r = -k_p x(t) + k_r x(t - h)$$

Sustituyendo la ley de control

$$\ddot{x}(t) = \alpha(-k_p x(t) + k_r x(t - h)) = -\alpha k_p x(t) + \alpha k_r x(t - h)$$

para obtener el cuasipolinomio característico se aplica la transformada de Laplace

$$s^2 X(s) = -\alpha k_p X(s) + \alpha k_r e^{-hs} X(s)$$

igualando a cero

$$s^2 X(s) + \alpha k_p X(s) - \alpha k_r e^{-hs} X(s) = 0$$

asi el cuasipolinomio caracteristico es

$$s^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{-hs} = 0$$

para obtener σ - estabilidad se sustituye $s = \hat{s} - \sigma$

$$\begin{aligned} (\hat{s} - \sigma)^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{-h(\hat{s}-\sigma)} &= 0 \\ \hat{s}^2 - 2\sigma s + \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{-h\hat{s}} e^{h\sigma} &= 0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

cuando $u_r(t) = 0$ se tiene que las raíces del sistemas son $s_{1,2} = 0$. Por tanto para cualquier $\sigma > 0$, garantiza σ - estabilidad del sistema.

La σ - estabilidad del sistema se va a perder cuando $\hat{s} = 0$ o $\hat{s} = j\omega$. Si $\hat{s} = 0$

$$\begin{aligned} (0)^2 - 2\sigma(0) + \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{-h(0)} e^{h\sigma} &= 0 \\ \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{h\sigma} &= 0 \end{aligned}$$

despejando k_r se tiene

$$k_r = \frac{\sigma^2 + \alpha k_p}{\alpha e^{h\sigma}}$$

Si $\hat{s} = j\omega$

$$\begin{aligned}(j\omega)^2 - 2\sigma(j\omega) + \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{-h(j\omega)} e^{h\sigma} &= 0 \\ -\omega^2 - j2\sigma\omega + \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{-h(j\omega)} e^{h\sigma} &= 0\end{aligned}\quad (5.2)$$

igualando el termino complejo al exponencial

$$-\omega^2 - j2\sigma\omega + \sigma^2 + \alpha k_p = \alpha k_r e^{-h(j\omega)} e^{h\sigma} \quad (5.3)$$

para el lado izquierdo de la igualdad, la parte real es

$$\text{real}(-\omega^2 - j2\sigma\omega + \sigma^2 + \alpha k_p) = -\omega^2 + \sigma^2 + \alpha k_p$$

y la parte imaginaria

$$\text{Im}(j2\sigma\omega) = 2\sigma\omega.$$

Por definicion el modulo un numero complejo, $|a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2}$ y el de $|e^{x+jy}| = e^x$, para la ecuación (5.3) el modulo es

$$\begin{aligned}(-\omega^2 + \sigma^2 + \alpha k_p)^2 + (2\sigma\omega)^2 &= (\alpha k_r e^{2h\sigma})^2 \\ \alpha^2 k_p^2 + 2\alpha\sigma^2 k_p - 2\alpha\omega^2 k_p + \sigma^4 - 2\sigma^2\omega^2 + \omega^4 + 4\sigma^2\omega^2 &= \alpha^2 k_r^2 e^{2h\sigma} \\ \alpha^2 k_p^2 + 2\alpha\sigma^2 k_p - 2\alpha\omega^2 k_p + \sigma^4 + 2\sigma^2\omega^2 + \omega^4 &= \alpha^2 k_r^2 e^{2h\sigma}\end{aligned}$$

factorizando en términos de ω e igualado a cero tenemos

$$\begin{aligned}\omega^4 + \alpha^2 k_p^2 - 2\alpha\omega^2 k_p + 2\sigma^2\omega^2 + 2\alpha\sigma^2 k_p + \sigma^4 &= \alpha^2 k_r^2 e^{2h\sigma} \\ \omega^4 + 2(\sigma^2 - \alpha k_p)\omega^2 + \sigma^4 + 2\alpha\sigma^2 k_p + \alpha^2 k_p^2 - \alpha^2 k_r^2 e^{2h\sigma} &= 0 \\ \omega^4 + 2(\sigma^2 - \alpha k_p)\omega^2 + (\sigma^2 + \alpha k_p)^2 - \alpha^2 k_r^2 e^{2h\sigma} &= 0\end{aligned}$$

Sea $\lambda = \omega^2$ entonces

$$\lambda^2 + 2(\sigma^2 - \alpha k_p)\lambda + (\sigma^2 + \alpha k_p)^2 - \alpha^2 k_r^2 e^{2h\sigma} = 0$$

utilizando la fórmula general para hallar las raíces de una ecuación de segundo orden

$$\begin{aligned}\lambda_{1,2} &= \frac{-2(\sigma^2 - \alpha k_p) \pm \sqrt{[2(\sigma^2 - \alpha k_p)]^2 - 4[(\sigma^2 + \alpha k_p)^2 - \alpha^2 k_r^2 e^{2h\sigma}]}}{2} \\ &= -(\sigma^2 - \alpha k_p) \pm \sqrt{\alpha^2 k_r^2 e^{2h\sigma} - 4\alpha\sigma^2 k_p}\end{aligned}$$

Por otro lado también es posible encontrar las ecuaciones paramétricas de los valores de h y k_r que hacen que se cruce el eje imaginario. Para ello se utiliza la expresión (5.2)

$$-\omega^2 - j2\sigma\omega + \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{-h(j\omega)} e^{h\sigma} = 0$$

y se expande $e^{-h(j\omega)}$ utilizando su forma de senos y cosenos

$$-\omega^2 - j2\sigma\omega + \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{h\sigma} (\cos(h\omega) - j \sin(h\omega)) = 0$$

separando en parte real

$$-\omega^2 + \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{h\sigma} \cos(h\omega) = 0 \quad (5.4)$$

y parte imaginaria tenemos

$$-2\sigma\omega + \alpha k_r e^{h\sigma} \sin(h\omega) = 0 \quad (5.5)$$

de (5.5) despejando k_r en función de ω

$$k_r(h, \omega) = \frac{2\sigma\omega}{\alpha e^{h\sigma} \sin(h\omega)} \quad (5.6)$$

ahora para encontrar el retardo h en función de ω se sustituye (5.6) en la parte real (5.4)

$$\begin{aligned} -\omega^2 + \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha \left(\frac{2\sigma\omega}{\alpha e^{h\sigma} \sin(h\omega)} \right) e^{h\sigma} \cos(h\omega) &= 0 \\ -\omega^2 + \sigma^2 + \alpha k_p - \left(\frac{2\sigma\omega}{\sin(h\omega)} \right) \cos(h\omega) &= 0 \\ -\omega^2 + \sigma^2 + \alpha k_p - 2\sigma\omega \cot(h\omega) &= 0 \end{aligned}$$

despejando el término en h

$$\begin{aligned} 2\sigma\omega \cot(h\omega) &= -\omega^2 + \sigma^2 + \alpha k_p \\ \cot(h\omega) &= \frac{-\omega^2 + \sigma^2 + \alpha k_p}{2\sigma\omega} \end{aligned}$$

aplicando la arcotangente

$$h\omega = \cot^{-1} \left(\frac{-\omega^2 + \sigma^2 + \alpha k_p}{2\sigma\omega} \right)$$

finalmente despejando el retardo y expresándolo en función de ω , $h(\omega)$,

$$h(\omega) = \frac{1}{\omega} \cot^{-1} \left(\frac{-\omega^2 + \sigma^2 + \alpha k_p}{2\sigma\omega} \right) \quad (5.7)$$

La representación gráfica de las ecuaciones paramétricas (5.6) y (5.7), para el sistema B-V se presenta en la siguiente figura, para distintos valores de σ .

Ahora podemos calcular los valores óptimos para los coeficientes del cuasi-polinomio (5.1) evaluando $s=0$

$$\begin{aligned} \left[\dot{s}^2 - 2\sigma s + \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{-h\dot{s}} e^{h\sigma} \right]_{\dot{s}=0} &= 0, \\ \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{h\sigma} &= 0 \\ \sigma^2 + \alpha k_p &= \alpha k_r e^{h\sigma} \end{aligned} \quad (5.8)$$

la primera derivada parcial de (5.1) con respecto de s y evaluada en $s = 0$, es

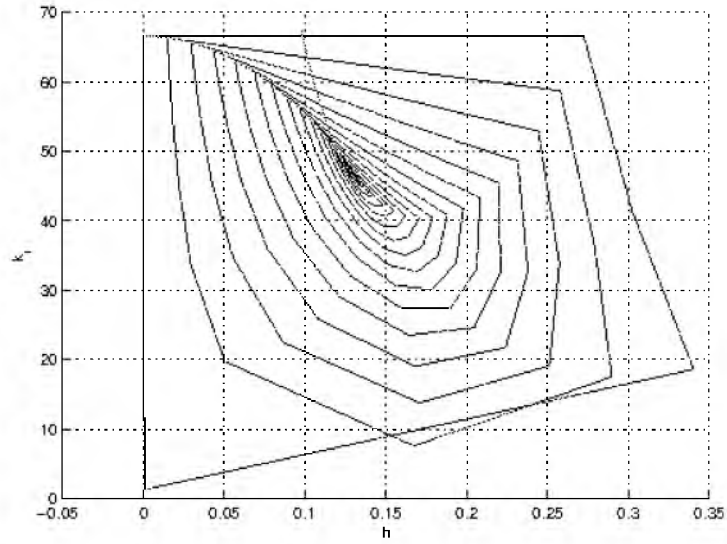


Figura 5.7: Diagrama del comportamiento de el retardo $h(w)$ y $kr(h, \omega)$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial s} \left[\hat{s}^2 - 2\sigma s + \sigma^2 + \alpha k_p - \alpha k_r e^{-h\hat{s}} e^{h\sigma} \right]_{\hat{s}=0} &= 0 \\
 \left[2\hat{s} - 2\sigma + \alpha k_r h e^{-h\hat{s}} e^{h\sigma} \right]_{\hat{s}=0} &= 0 \\
 -2\sigma + \alpha k_r h e^{h\sigma} &= 0 \\
 2\sigma &= \alpha k_r h e^{h\sigma} \tag{5.9}
 \end{aligned}$$

y la segunda derivada parcial con respecto de s y evaluada en $s = 0$ del cuasi- polinomio (5.1)

es

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial s} \left[2\hat{s} - 2\sigma + \alpha k_r h e^{-h\hat{s}} e^{h\sigma} \right]_{\hat{s}=0} &= 0 \\
 \left[2 - \alpha k_r h e^{-h\hat{s}} e^{h\sigma} \right]_{\hat{s}=0} &= 0 \\
 2 - \alpha k_r h^2 e^{h\sigma} &= 0 \\
 2 &= \alpha k_r h^2 e^{h\sigma} \tag{5.10}
 \end{aligned}$$

dividiendo la expresión (5.9) entre (5.8) obtenemos

$$\begin{aligned}\frac{\alpha k_r h e^{h\sigma}}{\alpha k_r e^{h\sigma}} &= \frac{2\sigma}{\sigma^2 + \alpha k_p} \\ h &= \frac{2\sigma}{\sigma^2 + \alpha k_p}\end{aligned}\tag{5.11}$$

del mismo modo dividiendo la expresión (5.10) entre (5.8) obtenemos

$$\begin{aligned}\frac{\alpha k_r h^2 e^{h\sigma}}{\alpha k_r e^{h\sigma}} &= \frac{2}{\sigma^2 + \alpha k_p} \\ h^2 &= \frac{2}{\sigma^2 + \alpha k_p}\end{aligned}\tag{5.12}$$

sustituyendo (5.11) en (5.12)

$$\begin{aligned}h^2 &= \frac{2\sigma}{\sigma^2 + \alpha k_p} \\ \left(\frac{2}{\sigma^2 + \alpha k_p}\right)^2 &= \frac{2\sigma}{\sigma^2 + \alpha k_p} \\ 2\sigma^2 &= \sigma^2 + \alpha k_p \\ 0 &= -\sigma^2 + \alpha k_p \\ \sigma^* &= \sqrt[2]{\alpha k_p}\end{aligned}\tag{5.13}$$

utilizando esta expresión en (5.11) tenemos

$$\begin{aligned}h^* &= \frac{2\sigma}{\sigma^2 + \alpha k_p} \\ &= \frac{2\sigma}{\alpha k_p + \alpha k_p} \\ &= \frac{\sigma}{\alpha k_p}\end{aligned}\tag{5.14}$$

para encontrar k_r^* se sustituye (5.13) y (5.14) en (5.9)

$$2\sigma^* = \alpha k_r h^* e^{h^* \sigma^*}$$

$$k_r = \frac{2\sigma^*}{\alpha h^* e^{h^* \sigma^*}}$$

Para comparar el desempeño del controlador PR con el de un PD se proponen nuevas especificaciones para la respuesta deseada:

Tiempo de asentamiento: 0.5 segundos

Factor de amortiguamiento: 1

Con estas especificaciones y aplicando el método del lugar de las raíces obtenemos el siguiente controlador PD

$$G_{pd}(z) = \frac{332.687z - 226.16}{z}$$

La sintonización del controlador proporcional derivativo requiere las ganancias proporcional y derivativa del PD, la salida del controlador PD es:

$$u(z) = (k_p + k_d(1 - z^{-1})) e(z)$$

$$G_{pd}(z) = k_p + k_d - k_d z - 1$$

$$= \frac{(k_p + k_d)z - k_d}{z}$$

Por lo tanto $K_p=66.5378$ y $k_d=266.15$, conociendo estas ganancias ahora es posible sintonizar el controlador PR:

El valor de σ es:

$$\sigma = \sqrt{bk_p} = \sqrt{(2.899)(66.5378)} = 13.888,$$

El retardo h del controlador será:

$$h = \frac{1}{\sigma} = 0.072$$

y la ganancia para el retardo es:

$$k_r = \frac{2\sigma}{bhe^{\sigma h}}$$

Con estos cálculos, el diagrama a bloques del controlador implementado para su simulación en matlab simulink Sera:

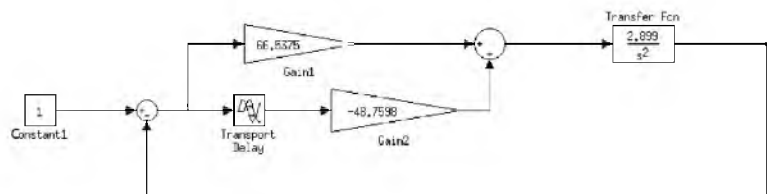


Figura 5.8: Controlador PR en el tiempo continuo

Para su implementación se utilizan las mismas ganancias K_p y K_r sin embargo el tiempo de retardo h debe ser aproximado a partir del tiempo de muestreo del microcontrolador, ya que este es muy amplio (20ms) solo será posible aproximarse al tiempo de retardo necesario en múltiplos del tiempo de muestreo, en este caso serán tres tiempos de muestreo. Esto último hace que el desempeño del controlador implementado de manera digital sea inferior al desempeño de este si pudiese ser implementado en tiempo continuo o si se tuviese un tiempo de muestreo menor que permita una mejor aproximación al tiempo de retardo necesario. El controlador PR en tiempo discreto es:

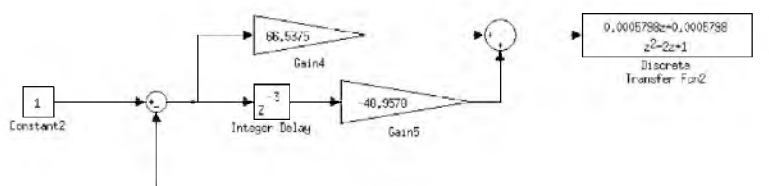


Figura 5.9: Controlador PR en el tiempo discreto

5.3 Conclusiones

A continuación se presenta un gráfico comparativo de la respuesta al escalón del sistema con un control PD y los controladores PR en continuo y discreto.

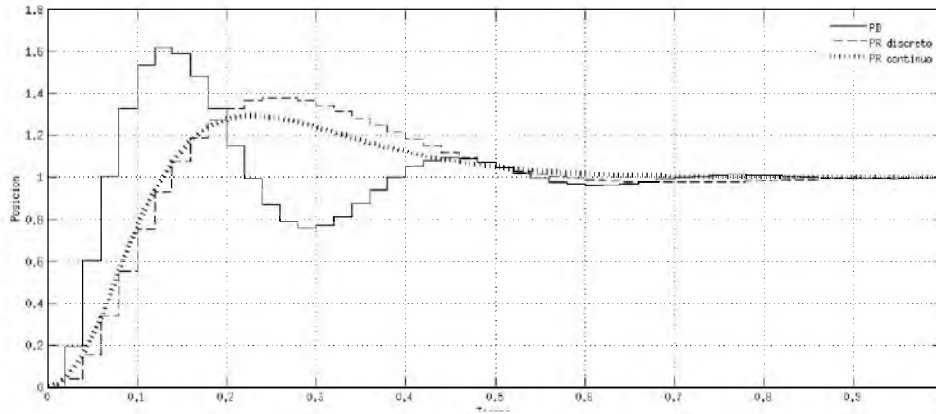


Figura 5.10: Comparativa entre PD y los controlador PR en el tiempo continuo y discreto

Es evidente que el desempeño del controlador proporcional retardado es mejor que el del PD, esto es debido a que las exigencias impuestas al sistema sobrepasan la capacidad de dicho controlador, pues para cumplir con la condición de magnitud requiere de ganancias muy grandes lo cual evita que mantenga un bajo sobre impulso. El controlador tendrá una respuesta más suave pues sus ganancias son considerablemente menores dando lugar a una respuesta menos violenta, permitiendo que las características de la respuesta del sistema se aproximen aun mas a las especificaciones de diseño, el tiempo de asentamiento es similar en ambos casos cumpliendo la condición de 3% de error.

El controlador PR en tiempo continuo tendrá una respuesta mejor que en tiempo discreto, esto debido a que en tiempo discreto el retardo h solo podrá ser aproximado a través de tiempos de muestro, esto evita que se logre un desempeño optimo, mas aun el sistema B-V tiene un periodo de muestreo grande en comparación del tiempo de retardo del controlador por esto su aproximación será poco precisa y deja mucho que desear a comparación de su contraparte en tiempo continuo.

Una observación importante que hay que hacer es que todas las respuestas al escalon unitario presentadas en este trabajo solo simulaciones del comportamiento del sistema bajo la influencia de los distintos controladores. Sin embargo se programaron también todos los controladores. Para ellos se utilizó un sistema mínimo con base en el PIC 16F877A, a una frecuencia de 12 MHz. Para su programación y simulación se utilizaron los programas Compilador de C CCS y el simulador PROTEUS.

Capítulo 6

Anexos

6.1 Explicación en general del Código C usado para la programación de cada controlador en el microcontrolador

Esta sección esta destinada a explicar el código en C utilizado en la programación de cada uno de los controladores.

El programa comienza con la inicialización del PIC y carga de librerías.

```
#include <16F877A.h>
```

```
#device adc=10
```

```
#FUSES NOWDT           //No Watch Dog Timer
```

```
#FUSES HS              //Crystal osc <= 4mhz for PCM/PCH , 3mhz to 10 mhz for PCD
```

```
#FUSES NOPUT          //No Power Up Timer
```

```
#FUSES NOPROTECT      //Code not protected from reading
```

```
#FUSES NODEBUG        //No Debug mode for ICD
```

```
#FUSES NOBROWNOUT    //No brownout reset
```

```
#FUSES NOLVP      //No low voltage prgming, B3(PIC16) or B5(PIC18) used for I/O
#FUSES NOCPD      //No EE protection
#FUSES NOWRT      //Program memory not write protected
```

Se indica la velocidad de reloj a 12Mhz

```
#use delay(clock=12000000)
```

Y sigue el bloque principal del programa

```
void main(){
```

Donde primero se incluye la declaración de variables, doublé para punto flotante e int16 para enteros, principalmente se utilizan variables de punto flotante para cálculos referentes al controlador o para calibrar los valores del sensor.

```
double des=0,salida=0,act=0,m=0,b=0,max=0,min=0,err=0,err1,err2=0,
con=0,con1=0,con2=0;
signed int16 lee=0,pa=0,pb=0,c=0
```

Después se hace la configuración de puertos, y teniendo en consideración que solo se utilizará una salida digital y una entrada analógica el puerto A será configurado como entradas analógicas y todos los demás puertos restantes serán salidas digitales. Se indica al convertidor análogo digital (ADC) del PIC que utilice su reloj interno para finalmente seleccionar el primer canal del ADC :

```

SET_TRIS_B(0x00);
SET_TRIS_C(0x00);
SET_TRIS_D(0x00);
PORT_B_PULLUPS(TRUE);
setup_adc_ports(ALL_ANALOG);
setup_adc(ADC_CLOCK_INTERNAL);
set_adc_channel(0);

```

Para calibrar el sensor se tomaran 100 medidas de los punto más bajo y más alto de voltaje que pueda entregar el sensor, cada grupo de 100 medidas será almacenado en las variables ‘min’ para el punto más bajo y ‘max’ para el más alto, posteriormente estas serán divididas entre 100 para obtener el promedio.

Con estos datos se obtendrá la ecuación de una recta que pase por los puntos min y max para así convertir las mediciones del sensor que estarán en bits (1023 máximo) a centímetros (30cm de longitud total del sensor).

La ecuación de la recta será:

$$y=mx+b$$

La pendiente ‘m’ se obtendrá mediante la siguiente ecuación:

$$m = \frac{30}{\text{max} - \text{min}}$$

Por limitantes del microcontrolador primero se efectuara la operación:

$$\text{max} - \text{min}$$

```
k=-----
```

```
30
```

Para posteriormente obtener el valor final de 'm':

```
1
```

```
m= ---
```

```
m
```

El valor de 'b' será obtenido como se indica a continuación:

```
b=-min*m-15
```

La sección de código para la calibración y cálculo de la ecuación de la recta es la siguiente:

```
delay_ms(2000);  
output_high(PIN_B6);  
delay_ms(7000);  
lee=0;  
c=0;  
while(c<=99){  
lee=read_adc();  
min=min+lee;  
c++;  
}  
min=min/100;  
c=0;  
output_low(PIN_B6);
```

```

delay_ms(2000);
output_high(PIN_B6);
delay_ms(7000);
lee=0;
while(c<=99){
lee=read_adc();
max=max+lee;
c++;
}
max=max/100;
lee=0;
c=50;
output_low(PIN_B6);
m=((max-min)/30);
m=1/m;
b=-min*m-15;

```

Para la etapa de control, primero se escoge el canal cero del convertidor análogo digital del PIC, se solicita una lectura la cual se almacena en la variable "lee", el valor de la posición de la bola en centímetros se calcula mediante la ecuación de la recta y se almacena en la variable "act" para así calcular el error y almacenarlo en la variable "err". El error es ingresado a la ecuación obtenida de la realización del controlador (en este caso un controlador proporcional derivativo) y la acción de control es almacenada en la variable "con", esta variable está dada en radianes, por lo cual es necesario multiplicada por la constante 5.55555 para convertirla

a su equivalente en la modulación por ancho de pulso que el servomotor utiliza, este valor será almacenado en la variable "salida". El periodo que la señal de control para el servomotor estará en alto obtiene restando el ángulo indicado en la variable "salida" a 1500 que es el periodo en microsegundos en el cual el servomotor estará a 90°, esta será almacenada en la variable "pa". La parte del periodo que se mantendrá con una salida en nivel bajo del PWM será calculada al restar 20000 a la variable pa y a 900; 20000 es el periodo en microsegundos con el cual opera el PWM del servomotor y 900 es el tiempo aproximado en microsegundos que le toma al microcontrolador efectuar las operaciones para la obtención del error y los cálculos del controlador, esta parte del periodo se almacenará en la variable "pb".

Una vez que se conocen las variables pa y pb se almacenarán las variables actuales de error, control y las que resulten necesarias en variables denominadas err1, con1, err2, con 2, etc. La transmisión del PWM se hace al poner en alto un pin del microcontrolador (pin B7), después se genera un retardo en microsegundos que durará el valor almacenado en pa, al terminar este retardo el pin se pondrá en bajo y nuevamente se generará un retardo en microsegundos que durará el valor de pb. Finalmente se regresa a la selección del puerto del convertidor analógico digital y se repite el proceso.

El código para la etapa de control es el siguiente:

```
while(TRUE){
```

```

set_adc_channel(0);
lee=read_adc(); //0.151/30-31 min, 1.904/389-390 max, 0.8765/179-180 med;
act=m*lee+b;
err=des-act;
con=34.56995*err-33.62214*err1; //controlador
salida=5.555555*con;
pa=1500-salida;
If(pa>1600){
pa=1600;      //angulo maximo 2.9v=1580 angulo minimo 2.0v=1400
}
if(pa<1400){
pa=1400;
}
pb=20000-900-pa;// tiempo en bajo, 20000 - tiempo de calculos - pa
err2=err1;
con2=con1;
err1=err;
con1=con;
output_high(PIN_B7);
delay_us(pa);
output_low(PIN_B7);
delay_us(pb);
}

```

6.2 Código C para el controlador proporcional derivativo

```
#include <16F877A.h>

#device adc=10

#FUSES NOWDT           //No Watch Dog Timer
#FUSES HS              //Crystal osc <= 4mhz for PCM/PCH , 3mhz to 10 mhz for PCD
#FUSES NOPUT          //No Power Up Timer
#FUSES NOPROTECT       //Code not protected from reading
#FUSES NODEBUG         //No Debug mode for ICD
#FUSES NOBROWNOUT     //No brownout reset
#FUSES NOLVP           //No low voltage prgming, B3(PIC16) or B5(PIC18) used for I/O
#FUSES NOCPD           //No EE protection
#FUSES NOWRT          //Program memory not write protected

#use delay(clock=12000000)

void main(){

    double des=0,salida=0,act=0,m=0,b=0,max=0,
    min=0,err=0,err1,err2=0,con=0,con1=0,con2=0;
    signed int16 lee=0,pa=0,pb=0,c=0

    SET_TRIS_B(0x00);
    SET_TRIS_C(0x00);
    SET_TRIS_D(0x00);
```

```

PORT_B_PULLUPS(TRUE);
setup_adc_ports(ALL_ANALOG);
setup_adc(ADC_CLOCK_INTERNAL);
set_adc_channel(0);
delay_ms(2000);
output_high(PIN_B6);
delay_ms(7000);
lee=0;
c=0;
while(c<=99){
lee=read_adc();
min=min+lee;
c++;
}
min=min/100;
c=0;
output_low(PIN_B6);
delay_ms(2000);
output_high(PIN_B6);
delay_ms(7000);
lee=0;
while(c<=99){
lee=read_adc();
max=max+lee;
c++;
}
max=max/100;

```

```

lee=0;

c=50;

output_low(PIN_B6);

m=((max-min)/30);

m=1/m;

b=-min*m-15;

while(TRUE){

    set_adc_channel(0);

    lee=read_adc(); //0.151/30-31min, 1.904/389-390max, 0.8765/179-180med;

    act=m*lee+b;

    //err=(des-act)*0.03624;

    err=des-act;

    con=34.56995*err-33.62214*err1; //controlador

    salida=5.55555*con;

    pa=1500-salida;

    If(pa>1600){

    pa=1600; //angulo maximo 2.9v=1580 angulo minimo 2.0v=1400

    }

    if(pa<1400){

    pa=1400;

    }

    pb=20000-900-pa;// tiempo en bajo, 21000 - tiempo de calculos - pa

    err2=err1;

    con2=con1;

    err1=err;

    con1=con;

```

```

output_high(PIN_B7);
delay_us(pa);
output_low(PIN_B7);
delay_us(pb);
}
}

```

6.3 Código C para el compensador en adelanto de fase

```

#include <16F877A.h>

#device adc=10

#FUSES NOWDT           //No Watch Dog Timer
#FUSES HS              //Crystal osc <= 4mhz for PCM/PCH , 3mhz to 10 mhz for PCD
#FUSES NOPUT          //No Power Up Timer
#FUSES NOPROTECT      //Code not protected from reading
#FUSES NODEBUG        //No Debug mode for ICD
#FUSES NOBROWNOUT    //No brownout reset
#FUSES NOLVP          //No low voltage prgming, B3(PIC16) or B5(PIC18) used for I/O
#FUSES NOCPD          //No EE protection
#FUSES NOWRT          //Program memory not write protected

#use delay(clock=12000000)

```

```

void main(){

    double des=0,salida=0,act=0,m=0,b=0,max=0,min=0,err=0,err1,con=0,con1=0;
    signed int16 lee=0,pa=0,pb=0,c=0;

    SET_TRIS_B(0x00);
    SET_TRIS_C(0x00);
    SET_TRIS_D(0x00);
    PORT_B_PULLUPS(TRUE);
    setup_adc_ports(ALL_ANALOG);
    setup_adc(ADC_CLOCK_INTERNAL);
    set_adc_channel(0);
    delay_ms(2000);
    output_high(PIN_B6);
    delay_ms(7000);
    lee=0;
    c=0;
    while(c<=99){
        lee=read_adc();
        min=min+lee;
        c++;
    }
    min=min/100;
    c=0;
    output_low(PIN_B6);

```

```

delay_ms(2000);
output_high(PIN_B6);
delay_ms(7000);
lee=0;
while(c<=99){
lee=read_adc();
max=max+lee;
c++;
}
max=max/100;
lee=0;
c=50;
output_low(PIN_B6);
m=((max-min)/30);
m=1/m;
b=-min*m-15;

while(TRUE){
set_adc_channel(0);
lee=read_adc(); //0.151/30-31min, 1.904/389-390max, 0.8765/179-180med;
act=m*lee+b;
//err=(des-act)*0.03624;
err=des-act;
con=24.1013*err-23.4482*err1-0.3*con1; //controlador
salida=5.555555*con;
pa=1500-salida;
If(pa>1600){

```

```

pa=1600; //angulo maximo 2.9v=1580 angulo minimo 2.0v=1400
}
if(pa<1400){
pa=1400;
}
pb=20000-900-pa;// tiempo en bajo, 21000 - tiempo de calculos - pa
err1=err;
con1=con;
output_high(PIN_B7);
delay_us(pa);
output_low(PIN_B7);
delay_us(pb);
}
}

```

6.4 Código C para el sistema de seguimiento y observador de orden mínimo

```

#include <16F877A.h>

#device adc=10

#FUSES NOWDT           //No Watch Dog Timer
#FUSES HS              //Crystal osc <= 4mhz for PCM/PCH , 3mhz to 10 mhz for PCD
#FUSES NOPUT          //No Power Up Timer
#FUSES NOPROTECT      //Code not protected from reading
#FUSES NODEBUG        //No Debug mode for ICD

```

```
#FUSES NOBROWNOUT //No brownout reset
#FUSES NOLVP //No low voltage prgming, B3(PIC16) or B5(PIC18) used for I/O
#FUSES NOCPD //No EE protection
#FUSES NOWRT //Program memory not write protected
```

```
#use delay(clock=12000000)
```

```
void main(){
```

```
    double des=0,salida=0,act=0,m=0,b=0,max=0,
    min=0,err=0,obs=0,u=0,a=0,a1=0;
    signed int16 lee=0,pa=0,pb=0,c=0;
```

```
    SET_TRIS_B(0x00);
```

```
    SET_TRIS_C(0x00);
```

```
    SET_TRIS_D(0x00);
```

```
    PORT_B_PULLUPS(TRUE);
```

```
    setup_adc_ports(ALL_ANALOG);
```

```
    setup_adc(ADC_CLOCK_INTERNAL);
```

```
    set_adc_channel(0);
```

```
    delay_ms(2000);
```

```
    output_high(PIN_B6);
```

```
    delay_ms(7000);
```

```
    lee=0;
```

```

c=0;
while(c<=99){
lee=read_adc();
min=min+lee;
c++;
}
min=min/100;
c=0;
output_low(PIN_B6);
delay_ms(2000);
output_high(PIN_B6);
delay_ms(7000);
lee=0;
while(c<=99){
lee=read_adc();
max=max+lee;
c++;
}
max=max/100;
lee=0;
c=50;
output_low(PIN_B6);
m=((max-min)/30);
m=1/m;
b=-min*m-15;

while(TRUE){

```

```

set_adc_channel(0);
lee=read_adc(); //0.151/30-31 min,1.904/389-390max,0.8765/179-180med;
act=m*lee+b;
err=des-act;
a=0.05798*u-50*act;
obs=0.7340127*(a1+50*act);
u=2.885528*err-obs;
salida=5.555555*u;
pa=1500-salida;
If(pa>1600){
pa=1600; //angulo maximo 2.9v=1580 angulo minimo 2.0v=1400
}
if(pa<1400){
pa=1400;
}
pb=20000-900-pa;// tiempo en bajo, 21000 - tiempo de calculos - pa
a1=a;
output_high(PIN_B7);
delay_us(pa);
output_low(PIN_B7);
delay_us(pb);
}
}

```

6.5 Código C para el predictor de Smith

```
#include <16F877A.h>

#device adc=10

#FUSES NOWDT           //No Watch Dog Timer
#FUSES HS              //Crystal osc <= 4mhz for PCM/PCH , 3mhz to 10 mhz for PCD
#FUSES NOPUT          //No Power Up Timer
#FUSES NOPROTECT      //Code not protected from reading
#FUSES NODEBUG        //No Debug mode for ICD
#FUSES NOBROWNOUT     //No brownout reset
#FUSES NOLVP          //No low voltage prgming, B3(PIC16) or B5(PIC18) used for I/O
#FUSES NOCPD          //No EE protection
#FUSES NOWRT          //Program memory not write protected

#use delay(clock=12000000)

void main(){

    double tem1=0,tem2=0,des=0,salida=0,act=0,m=0,b=0,
    max=0,min=0,err=0,err1,err2=0,err3=0,err4=0,err5=0,
    con=0,con1=0,con2=0,con3=0,con4=0,con5=0,con6=0;
```

```
signed int16 lee=0,pa=0,pb=0,c=0;
```

```
SET_TRIS_B(0x00);
```

```
SET_TRIS_C(0x00);
```

```
SET_TRIS_D(0x00);
```

```
PORT_B_PULLUPS(TRUE);
```

```
setup_adc_ports(ALL_ANALOG);
```

```
setup_adc(ADC_CLOCK_INTERNAL);
```

```
set_adc_channel(0);
```

```
delay_ms(2000);
```

```
output_high(PIN_B6);
```

```
delay_ms(7000);
```

```
lee=0;
```

```
c=0;
```

```
while(c<=99){
```

```
lee=read_adc();
```

```
min=min+lee;
```

```
c++;
```

```
}
```

```
min=min/100;
```

```
c=0;
```

```
output_low(PIN_B6);
```

```
delay_ms(2000);
```

```
output_high(PIN_B6);
```

```
delay_ms(7000);
```

```
lee=0;
```

```
while(c<=99){
```

```

lee=read_adc();
max=max+lee;
c++;
}
max=max/100;
lee=0;
c=50;
output_low(PIN_B6);
m=((max-min)/30);
m=1/m;
b=-min*m-15;

while(TRUE){
set_adc_channel(0);
lee=read_adc(); //0.151/30-31 min,1.904/389-390max,0.8765/179-180med;
act=m*lee+b;
err=des-act;
tem1=34.569*err-171.901*err1+341.908*err2-
340.0126*err3+169.059*err4-33.622*err5;
tem2=3.98*con1-5.94*con2+3.959*con3-0.944*con4-0.0336*con5-0.0194*con6;
con=tem1+tem2;
salida=5.555555*con;
pa=1500-salida;
If(pa>1600){
pa=1600; //angulo maximo 2.9v=1580 angulo minimo 2.0v=1400
}
if(pa<1400){

```

```
pa=1400;
}
pb=20000-4100-pa;// tiempo en bajo, 21000 - tiempo de calculos - pa
con1=con;
con2=con1;
con3=con2;
con4=con3;
con5=con4;
con6=con5;
err1=err;
err2=err1;
err3=err2;
err4=err3;
err5=err4;
tem1=0;
tem2=0;
output_high(PIN_B7);
delay_us(pa);
output_low(PIN_B7);
delay_us(pb);
}
}
```

Bibliografía

- [Bellman,1963] Bellman R y Cooke KL. 1963 . Differential-Difference equations. 1ra edición. Academic press. New York.
- [Friedland,1985] . Friedland B. 1985. Control system design. 1ra edición. Mc-Grawhill. Estado Unidos
- [Gajic,1995] . Gajic Z y Qureshi M. 1995. Lyapunov matrix equation in system stability control. 1ra edición. Academic Press. Londres
- [Gu,1957] Gu K. Kharitonov VL y Chen J. 1957. Stability of time-delay systems. 1ra edición. Birkhauser. Boston.
- [Kolmanovskii,1986] Kolmanovskii VB y Nosov VR. 1986. Stability of functional difference equations. 1ra edición. Academic press. Londres
- [Krasovskii,1963] .Krasovskii NN y Brenner JL. 1963. Stability of motion. 1ra edición. Stanford university press. Stanford.
- [Kuo,1996] .Kuo BC. 1996 Sistemas de control automático. 7ma edición. Prentice Hall. México D.F.
- [Malek-Zavarei,1987] .Malek-Zavarei M y Jamshidi M. 1987. Time-delay systems: Analysis. optimization and Applications. 1ra edición. North-Holland. New York

- [Niculescu,2001] .Niculescu S. 2001. Delay effects on stability . 1ra edición. Springer-Verlag London limited. Berlin.
- [Nise,2002] . Nise N. 2002. Sistemas de control para ingeniería. 1ra edición. Compañía editorial continental. D.F.
- [Ogata,1987] .Ogata K, 1987, Dinámica de sistemas. 1ra edición. Prentice Hall Hibernoamericana
- [Ogata,1998] . Ogata K. 1998. Ingeniería de control moderna. 3ra edición. Pearson education. Naucalpan
- [Ogata,1996] Ogata K, 1996, Sistemas de control en tiempo discreto. 2da edición. Pearson education.
- [Serway,1993] Serway, R. 1993, Física tomo I. 3ra edición. McGraw Hill, México.
- [Villafuerte,2010] Villafuerte R y Mondié S. 2010. Tuning the leading roots of a second order DC servomotor with proportional retarded control. UNPA.
- [Villafuerte,2009] Villafuerte R. Mondié S. Vazquez C y Collado J. 2009. Proportional retarded control of a second order system. CINVESTAV-IPN.
- [Zhong,2006] Zhong QC. 2006. Robust control of time delay systems. 1ra edición. Springer-Verlag London Limited. Alemania.