



UNIVERSIDAD DEL PAPALOAPAN

CAMPUS LOMA BONITA

INGENIERÍA EN MECATRÓNICA

**GENERACION DE TRAYECTORIAS
PARA UN ROBOT MOVIL BASADAS
EN REDES BAYESIANAS**

**Tesis profesional para obtener el grado de
Ingeniero en mecatrónica**

Presenta:

OLGA LIDIA JIMÉNEZ MORALES

Asesor de tesis:

Dr. Hiram N. García Lozano

Co-asesor de tesis:

Dr. Eduardo Sánchez Soto

Dedicatoria

A **DIOS** por darme salud y las fuerzas para salir adelante, por cobijarme cuando estaba desprotegida y guiar mi camino.

A mi madre **Esperanza Morales**, por haberme dado la vida, lo mas valioso que alguien puede dar. **Te amo.**

A mis hermanos, **Migue, Manolo, Pauli, Sara Y Lalo** por su gran cariño y amor que me han brindado y sobre todo por confiar y creer en mí, en especial a **Migue** por haber tomado el rol de padre y por sus grandes consejos, los cuales me han mantenido firme y llegar a mi objetivo. A **Lalo** mi mano derecha, por protegerme siempre, por estar a mi lado, por su apoyo siempre que lo necesite y por enseñarme a poner la mente en blanco. **Lo mejor de mi vida, los quiero.**

A **Paola** por ser mi confidente y amiga, gracias por todos tus consejos y por siempre creer y confiar en mí, **Te quiero.**

A mis **sobrinitos (Carlos, Jaret, Mich, Katy, Yami, Alondra, Emi, Alexis, Oscar, Irain, Abi)** y los que vengan, por sus ánimos y por su amor tan puro que siempre me han brindado. En especial a **Mich** mi flachus querido, mi inspiración para seguir adelante, siendo yo su ejemplo a seguir en los estudios, por ser fuerte y aprender a compartirme con la UNPA , pero todo sacrificio tiene sus recompensas, **Los quiero.**

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a **Dios** por haberme dado las fuerzas para lograr mis objetivos y darle paz a mi corazón cada que esta adolorido.

A todos mis profesores de la carrera por haber compartido sus conocimientos para poder llegar hasta este punto de mi vida profesional. En especial al profesor **Hiram N. García Lozano**, que fue la persona que confió en mí y me ayudo a terminar este trabajo de tesis, más que un profesor fue un gran amigo. Al **Dr. Eduardo Sánchez Soto**, por compartir sus conocimientos y por sus consejos. Al **M.C Rafael Fdo. González Zarate** por sus enseñanzas y sus grandes consejos.

Al proyecto **CONACYT No. 134982**, por financiar este trabajo.

A **SUBES** por las becas otorgadas en mi periodo académico. Pero en especial al **pueblo** porque gracias a sus impuestos, fueron financiadas cada una de las becas obtenidas y con ellas poder continuar mis estudios.

A mi cuñis **Clau**, por su amistad, compañía y por haber traído a nuestras vidas a dos hermosos pequeños.

A mis tíos **Ofelia(†)** y **Max**, por el gran cariño que me brindaron y por haberme enseñado que no hay obstáculos en la vida que te impidan seguir adelante.

A mis compañeros y amigos los cuales compartieron conmigo esta aventura profesional **Gladys, Toño, Zoiber, Timi**, por los desvelos y sonrisas. En especial a **Gladys** por permitirme ser su amiga, por que con ella compartí momentos muy felices y también tristes, pero siempre supimos salir adelante juntas. Gracias amiga por siempre escucharme, te convertiste en mi hermana gemela, mi mejor amiga. **Doy gracias a dios por haberlos conocido.**

A **Silvano, Martin, Pp, Manu, Osama, Choti**, porque con ellos conocí lo que es el compañerismo y una amistad verdadera, me apoyaron cuando más lo necesite. Sin ser grandes amigos, me brindaron su apoyo incondicional, por hacer que mi tristeza se convirtieran en alegría, por las gratas experiencias y por presentarme a una persona tan especial que me enseñó que siempre hay que estar sonriendo a pesar de las circunstancias, gracias por tu amistad **Osiris** (pukis de cariño). **siempre les estaré agradecida.**

A **Doña Lo, Mamari y don Silvio(†)** por el gran cariño que me brindaron, por haberme acogido en su hogar y tratarme como su hija. **Aldo, Luis y Ariz** por que más que amigos se convirtieron en mis hermanos, gracias por su gran apoyo incondicional. **!Muchas Gracias!**

A mis profesores en el bachillerato, en especial al profesor **Antonio e Inés**, por confiar en mí y sus grandes consejos de seguir adelante y enseñarme a levantarme en cada tropiezo de mi vida.

Hay tantas personas a las cuales les estoy agradecida, aunque no ponga sus nombres, saben que los llevo en mi corazón y siempre recordare lo mucho que me ayudaron.

y por que no agradecer a todas aquellas personas que nunca confiaron en mí, que siempre esperaron verme derrotada, pero gracias a eso y a sus críticas, me mantuve firme y salí adelante. **! Gracias!**

Olga L. Jiménez Morales

Resumen

La autonomía de un robot móvil depende directamente de la eficiencia de su sistema de navegación, el cual considera tanto la trayectoria a seguir como obstáculos no esperados. Con este fin, debe ser capaz de decidir qué acciones son requeridas en cada momento, según el estado del robot y el de su entorno. La capacidad de decisión del robot se traduce en la planeación de trayectorias globales seguras y en la habilidad de modificarlas, en presencia de obstáculos inesperados, para permitirle llegar al lugar esperado. Un robot móvil, en un ambiente no estructurado, se enfrenta a significativas incertidumbres en la posición e identificación de objetos. En este trabajo se presenta un modelado probabilístico, mediante redes bayesianas, para la planeación de trayectorias con base en su sistema de percepción en un robot móvil. Las redes bayesianas son una herramienta que nos permiten modelar gráficamente un conjunto de variables y las relaciones de dependencia entre ellas, a fin de obtener una trayectoria desde el origen hasta el objetivo final, sin colisionar.

Abstract

The Autonomy of a mobile robot depends directly on the efficiency of its navigation system, which considers the trajectory to follow and unexpected obstacles. After reaching the final point, the robot must be able to decide which actions are required in each moment, depending on the environment and state of the robot. The capacity of decision making of the robot translates into the planning of safe global trajectories and in the ability it has to modify them, when in the presence of unexpected obstacles, allowing it to reach its final goal. A mobile robot, in an unstructured environment, faces significant uncertainties in the position and identification of objects. In this thesis a presentation of a probabilistic model, by means of Bayesian networks is shown, for the planning of trajectories with a base to perception system in a mobile robot. The Bayesian networks are tools that permit us to graphically model a joint of variables and the relations of dependence between them; the final objective is to obtain a trajectory from the origin to the ultimate goal without colliding.

Índice

Dedicatoria	I
Agradecimientos	II
Resumen	IV
Abstract	V
Índice de Figuras	VIII
Índice de tablas	X
Índice de códigos	XI
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Historia de los robots móviles	2
1.2. Aplicación de los robots móviles	3
1.3. Navegación de los robots móviles	4
2. ROBÓTICA MÓVIL	6
2.1. Introducción	6
2.2. Tipos de entornos en el que opera el robot móvil	6
2.3. Sistema de locomoción	6
2.3.1. Robots móviles a ruedas	7
2.4. Percepción	10
2.4.1. Sensores Propioceptivos	11
2.4.2. Sensores exteroceptivos	17
2.4.3. Sensores pasivos	19
2.4.4. Sensores activos	20
3. GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS	23
3.1. Configuración del espacio	23
3.2. Planeación vía retracción	24
3.3. Planeación vía descomposición de celdas	25
3.3.1. Descomposición exacta	25
3.3.2. Descomposición aproximada	27
3.4. Planeación probabilística	28

3.4.1. Método PRM	28
3.4.2. Método bidireccional RRT	29
3.4.3. Redes bayesianas	30
4. APLICACIÓN DE LAS REDES BAYESIANAS EN LA NAVEGACIÓN DEL ROBOT MÓVIL	40
4.1. Obtención de formulas para el calculo de la probabilidad conjunta condicional	42
4.2. Obtención del error	44
4.3. Proceso de inferencia por árbol de conglomerados	47
4.4. Resultados	55
5. CONCLUSIÓN	57
Bibliografía	58

Índice de figuras

1.	Robot omnidireccional con ruedas suecas.	8
2.	Sistema de locomocion Ackerman.	8
3.	Sistema de locomocion triciclo clasico	9
4.	Sistema de locomoción con direccionamiento diferencial en las ruedas laterales.	9
5.	Sistema de locomoción sincrono	10
6.	Giroscopio de volante con dos ejes	12
7.	Ondas creadas por la propagación en sentido contrario de haces de luz	13
8.	Sensor Doppler	14
9.	Codificadores ópticos rotacionales y lineales.	16
10.	Principio del codificador	16
11.	Codificador absoluto.	17
12.	Codificador incremental	17
13.	Foto-resistencia	18
14.	Conexión básica de un foto-transistor	18
15.	Sensor infrarrojo de proximidad	19
16.	Señales de un sensor ultrasonico	21
17.	Distribución de la intensidad del sensor ultrasónico	22
18.	Ejemplo de la planeación de trayectorias vía retracción.	25
19.	Ejemplo de la descomposición de celda por a) algoritmo de linea de barrido , b) asociación de la conectividad del grafo.	26
20.	Ejemplo de planeación del movimiento vía descomposición de celdas aproximada. a) El problema asignado, b) La solución como un canal libre.	27
21.	a) Configuración del espacio en dos dimensiones, b) Solución de la planeación de movimiento mediante PRM.	29
22.	Método bidireccional en una configuración del espacio de dos dimensiones. a) Mecanismo al Azar para la expansión del árbol, b) Método de extensión para conectar los dos arboles.	30
23.	Ejemplo de una Red Bayesiana para la navegación del robot móvil . .	31
24.	a) Grafo dirigido aciclico, b) El nodo D divide al poliarbol en dos poliarboles inconexos.	33
25.	Grafo múltiplemente conexo	36

26.	a) Grafo dirigido, b) Moralización y Triangulación del grafo dirigido, c) Árbol de conglomerados	39
27.	Red bayesiana del sistema de navegación del robot móvil	40
28.	Tablas de probabilidades marginales	41
29.	Trayectoria deseada	44
30.	Representación gráfica del error	46
31.	Red bayesiana moralizada	47
32.	Árbol de conglomerados	48
33.	Conjuntos separadores del árbol de unión	50
34.	Orden en el que se calculan y envían los mensajes	50
35.	Seguimiento de trayectoria sin error	56
36.	Seguimiento de trayectoria considerando el error	56

Índice de Tablas

1.	Tabla de probabilidades condicionales conjuntas	42
2.	Valores numéricos de la representación potencial	49
3.	Valores numéricos de las funciones de probabilidad	53

Listados de código

1. Ejemplo de inferencia del sistema de navegacion del robot movil . . . 53

1. INTRODUCCIÓN

Un robot móvil autónomo se caracteriza por una conexión “inteligente” entre las operaciones de percepción y decisión. Estas definen su comportamiento (trayectoria generada) y le permite llegar a sus objetivos programados. La generación de trayectoria puede ser descrita a partir de modelos matemáticos determinísticos o estocásticos. Un modelo determinísticos supone datos conocidos con certeza, es decir, todas las variables del ambiente son perfectamente conocidas (ambiente estructurado). Por el contrario, en los modelos estocásticos (conocidos como probabilísticos) existen variables que no pueden ser determinadas con exactitud, incorporando así la incertidumbre (ambiente no estructurado). En este trabajo, debido a que se trabaja en un ambiente no estructurado, se modela el sistema de navegación de un robot móvil de manera estocástica, en donde el robot se enfrenta a significativas incertidumbres en la posición e identificación de objetos.

Uno de los principales problemas en un robot móvil es generar trayectorias, de forma autónoma y sin colisiones, entre dos puntos cualesquiera del ambiente de trabajo. Esto debe realizarse con base a la información proveniente del sistema de sensores externos. Este problema puede ser abordado por medio de modelos de alto nivel y bajo nivel. El modelo de alto nivel toma una decisión general a partir de las decisiones parciales de cada fuente de información. Mientras que el de bajo nivel conjunta toda la información y toma una decisión a partir de dicho conjunto [7]. Sin embargo, existen ciertas características de la información que no son tomadas en cuenta en estos modelos lo que puede afectar al sistema. Es por eso que para la generación de trayectorias del robot móvil estos dos modelos no serian de gran utilidad ya que en el sistema de navegación es primordial considerar todas las variables (movimiento del robot, posición de los obstáculos y la trayectoria a seguir), las cuales al no ser consideradas se tendrían grandes errores en la navegación del robot. Para darle solución a este problema se proponen las redes bayesianas [13], las cuales pueden ser consideradas como modelos de bajo nivel, mas sin embargo estos son modelos basados en la causalidad de sus variables.

Las redes bayesianas son una herramienta matemática que permite representar las relaciones de dependencias probabilísticas de un sistema por medio de grafos, formado por nodos y arcos. Los nodos representan variables aleatorias y los arcos las relaciones de dependencia directa entre las variables. A partir de la construcción de la red se pueden obtener los cálculos de las probabilidades a posteriori de la ocurrencia de obstáculos no esperados en la trayectoria del robot, la cual consiste

en la causalidad de los efectos de la evidencia (sensores) en los estados del robot a través de la red, este proceso es llamado inferencia [2].

1.1. Historia de los robots móviles

A principios del siglo XX se introducen en la industria, de modo significativo, los robots manipuladores como un elemento más del proceso productivo. Esta proliferación, motivada por la amplia gama de posibilidades, motivó el interés de los investigadores para lograr manipuladores más rápidos, precisos y fáciles de programar. La consecuencia directa fue el paso a la automatización industrial, que flexibilizó la producción con el nacimiento de la noción de célula de fabricación robotizada.

Los trabajos desarrollados por los robots manipuladores consistían frecuentemente en tareas como la alimentación de las distintas máquinas, componentes de la célula de fabricación robotizada. Los componentes debían estar ubicados en un área accesible, caracterizada por la máxima extensión de las articulaciones del manipulador. A medida que la célula sufría progresivas modificaciones, los espacios se reducían, lo cual podría resultar en un acceso imposible. Una solución a este problema fue el desarrollar un vehículo móvil sobre rieles para proporcionar un transporte eficaz de los materiales entre las distintas zonas de la cadena de producción. De esta forma, aparecen los primeros vehículos guiados automáticamente (AGV's). Una mejora, respecto a su concepción inicial, estriba en la sustitución de los rieles por cables enterrados, reduciéndose los costos de instalación. Esto cambió el sistema de guiado (por rieles) en la navegación del vehículo.

La posibilidad de estructurar el entorno industrial permitió la navegación de vehículos con una capacidad sensorial y de razonamiento mínima. De este modo, la tarea se ordenaba en una secuencia de acciones en la que a su término el vehículo supone que ha alcanzado el objetivo. Ante cualquier cambio inesperado en el área de trabajo, que afecte el desarrollo normal, el sistema de navegación del vehículo se encontrará imposibilitado para ejecutar acciones alternativas que le permitieran reanudar su labor.

Las potenciales aplicaciones de estos vehículos, fuera del ámbito industrial donde resulta costoso o imposible estructurar el entorno, incentivó a incrementar sus capacidades dotándolo de un mayor grado de «inteligencia» y percepción. Así surge el primer robot móvil como resultado de la búsqueda de un vehículo de propósito general apto para desenvolverse en cualquier ambiente.

Una definición de robot móvil, plantea la capacidad de movimiento sobre entornos no estructurados, de los que se posee un conocimiento incierto, mediante la

interpretación de información suministrada a través de sensores y del estado actual del vehículo [1].

Desde el punto de vista de la autonomía, los robots móviles tienen como precedente los dispositivos electromecánicos, tales como los denominados “micro-mouse”, desarrollados desde los años treinta. Entre los más destacados se encuentra la tortuga de Walter, presentada en 1948, que podía reaccionar ante la presencia de obstáculos, subir pendientes y, cuando la alimentación comenzaba a ser insuficiente, dirigirse hacia la posición de recarga. A finales de los años 60, el robot móvil Shakey es desarrollado en el instituto de investigaciones de Stanford, este fue el primer robot móvil capaz de «razonar» sobre sus propias acciones [12]. A partir de este momento, los robots móviles fueron dotados de mayor autonomía. La mayor parte los dispositivos se desarrollaron empleando plataformas que soportan sistemas de visión artificial. Sin embargo el desarrollo tecnológico todavía no era lo suficiente para la navegación autónoma eficiente. En los años ochenta el incremento de la capacidad computacional y el desarrollo de nuevos sensores, mecanismos y sistemas de control, permitieron aumentar la autonomía [3].

Actualmente los robots móviles han sido mejorados notablemente permitiéndole incursionar en la resolución de problemas prácticos. Estos problemas pueden ser demasiados complejos, repetitivos o poner en riesgo la vida humana. A continuación se presentan algunas de las aplicaciones de los robots móviles.

1.2. Aplicación de los robots móviles

La robótica móvil se considera actualmente un área de la tecnología avanzada tratando de resolver problemas de alta complejidad. Este tipo de robots están constituidos con base en la aplicación de diversas áreas del conocimiento tales como teoría del control, programación, inteligencia artificial, percepción e instrumentación. Estos sirven de cimiento para el avance en diversos campos de la industria, aportando soluciones tecnológicas e innovadoras.

En 1991 las compañías Denning Mobile Robots e industrias windsor, unieron fuerzas para construir un robot móvil que aspira y limpia pisos de grandes capacidades. El equipo se programó para seguir un patrón a través del espacio a limpiar, percibiendo la presencia de obstáculos para no tropezar con ellos. En este robot fueron programados algoritmos de navegación autónomos que recibían información a través de transductores de tipo sonar, infrarrojos y switches [10].

La compañía Denning Mobile Robots también diseñó el robot Denning Sentry, destinado a ser un robot de seguridad. Mediante sensores de detección de intrusos

él robot puede hacer patrullajes de manera infatigable en una instalación, bodega o similares. Cuando la alimentación se agota, el robot retorna automáticamente a su estación de carga y recarga sus baterías sin asistencia de ningún operador. El equipo incorpora un anillo de sonares para detección de obstáculos, sensores de movimiento de tipo infrarrojo y de microondas. También posee una cámara de TV, micrófono y transmisores inalámbricos para enviar la información a la estación de seguridad [10].

Los robots móviles fueron aplicados de igual manera en la investigación espacial. La National Aeronautics and Space Administration (NASA) utiliza de forma asidua estos robots, como por ejemplo los robots Spirit y Opportunity . Fueron lanzados a mediados de 2003 y llegaron a Marte en enero de 2004 en diferentes posiciones del planeta. Están provistos de avanzados sistemas para análisis geológicos y atmosféricos [8].

En Noviembre del 2011, Honda presenta la ultima version de Asimo este es un robot que imita el comportamiento humano de forma precisa, es capaz de tomar decisiones y determinar su comportamiento acorde a su entorno [6].

Actualmente la robótica móvil se encuentra en crecimiento, ampliando enormemente sus aplicaciones. Muy pronto formarán parte indisoluble del paisaje tecnológico, pasando a dominar muchas de sus áreas de aplicación, en diversos procesos de fabricación, agricultura y construcción.

En cada una de las aplicaciones anteriormente mencionadas, se puede observar la importancia del sistema de navegación en la autonomía de un robot móvil.

1.3. Navegación de los robots móviles

La autonomía de un robot móvil se basa en el sistema de navegación automático. En estos sistemas se incluyen tareas de planificación, percepción y control.

Existen numerosos métodos de planificación de caminos para robots móviles. Podemos encontrar los que buscan caminos libres de obstáculos minimizando la distancia recorrida en un entorno modelado mediante polígonos. Este tipo de planificación suele ser utilizada para entornos conocidos y estáticos, y preferentemente son utilizados por robots omnidireccionales, con movimiento lento y ejecución perfecta de trayectoria.

La planificación de la trayectoria puede realizarse también de forma dinámica. Considerando la posición actual del vehículo y los puntos intermedios de paso definidos en la planificación de la ruta. La trayectoria se corrige debido a acontecimientos no considerados.

Una vez realizada la planificación de la trayectoria, es necesario planificar movimientos concretos y controlar dichos movimientos para mantener al vehículo en la trayectoria planificada. Para vehículos con ruedas se concreta en determinar el ángulo de dirección teniendo en cuenta la posición y orientación actual del vehículo con respecto a la trayectoria deseada [4].

Para obtener las medidas de posición y orientación del robot es necesario un sistema de percepción. Este permite una navegación segura, detectando y localizando obstáculos y situaciones peligrosas. Este sistema permite modelar el entorno construyendo mapas o una representación del entorno, a fin de estimar la posición del vehículo de forma precisa. En la sección 2.4 se describen los distintos tipos de sensores que son utilizados en los robots móviles.

En esta tesis se modela el sistema de navegación de un robot móvil terrestre a ruedas en un ambiente no estructurado, mediante un modelo probabilístico basado en redes bayesianas. A continuación se presenta el contenido de este trabajo. En la introducción se presentó un breve resumen de la historia y aplicaciones de los robots móviles. En el capítulo 2 se aborda en forma extensa la descripción de los robots móviles así como de los sistemas que se utilizan en el proceso de navegación, a saber sistema de percepción y locomoción. En el capítulo 3 se describen algunos de los métodos de planeación de trayectorias mas comunes en la robótica móvil. A continuación, en el capítulo 4, se presenta el método probabilístico desarrollado para el sistema de navegación del robot móvil.

2. ROBÓTICA MÓVIL

2.1. Introducción

Los robots móviles son dispositivos de transporte automático, es decir, una plataforma mecánica dotada de distintos sistemas que le dan la capacidad de navegar, con cierto nivel de autonomía, a través de un determinado ambiente de trabajo. Sus aplicaciones pueden ser muy variadas y en algunos casos están relacionadas con tareas riesgosas o nocivas para la salud humana.

Para el diseño de un robot móvil se deben de considerar el entorno del robot, el sistema de locomoción y el sistema sensorial. Cada uno de estos sistemas se presentan en las siguientes secciones.

2.2. Tipos de entornos en el que opera el robot móvil

Un entorno está definido por un área en el cual el robot puede desenvolverse. Este entorno puede ser interior o exterior. Es interior cuando el entorno está claramente definido por paredes y cielorraso, además cuenta con iluminación normalmente artificial. Por el contrario es exterior cuando el entorno no está claramente delimitada y el tipo de iluminación es principalmente natural.

Según los objetos presentes el entorno del robot puede ser estructurado o no estructurado. Es estructurado cuando los objetos presentes en el entorno son estáticos (no cambian de forma ni de posición) y poseen características físicas particulares (forma, color, etc.) que permiten asociarlos con figuras geométricas conocidas como prismas o cilindros, o permiten distinguir unos objetos de otros (puertas abiertas, mesas de trabajo, etc.). En otro sentido el entorno es no estructurado cuando la asociación entre los objetos del entorno y determinadas características físicas no es viable, cuando el entorno al transcurrir el tiempo cambia (dinámico) y además estos cambios pueden ser impredecibles [?].

Los robots móviles de acuerdo a las características del entorno, pueden ser clasificados como terrestres, aéreos y acuáticos.

2.3. Sistema de locomoción

Un robot móvil necesita un mecanismo de locomoción que le permita moverse libremente en su entorno. Estos se clasifican en robots móviles con patas, con ruedas o con cadenas. En esta sección nos enfocaremos en los robots móviles a ruedas, ya

que es el tipo de robot con el que se trabajo en dicha tesis.

2.3.1. Robots móviles a ruedas

La rueda a sido por mucho, el mecanismo de locomoción mas popular en la robótica móvil. Los vehículos con ruedas son la solución mas simple y eficiente para conseguir la movilidad en terrenos suficientemente duros y libres de obstáculos, permitiendo conseguir velocidades relativamente altas. Entre los robots terrestres con ruedas su movilidad esta caracterizada por dos factores: el tipo de ruedas que poseen y su disposición sobre una estructura mecánica. Se distinguen dos clases básicas de ruedas: la rueda convencional y la rueda sueca (swedish wheel).

Para una rueda convencional el contacto entre la rueda y el terreno se supone que satisface la rotación pura sin resbalamiento. Esto significa que la velocidad del punto de contacto es igual a cero. Entre las ruedas convencionales se distinguen tres tipos: rueda fija, rueda orientable centrada y rueda orientable no centrada.

Para una rueda sueca (swedish wheel), solo una componente de la velocidad del punto de contacto de la rueda con el terreno se supone igual a cero a lo largo del movimiento. Esto le permite, desplazarse en dirección perpendicular al plano de la rueda [3].

La combinación de los diversos tipos de ruedas lleva a tener una gran variedad de robots que les confieren características y propiedades diferentes respecto a la eficiencia energética, dimensiones, cargas útiles y maniobrabilidad. A continuación se presenta brevemente los sistemas de locomoción mas comunes en robots móviles.

Robot omnidireccional

Como se puede observar en la **Figura 1** un robot omnidireccional consta de ruedas de manera independientes, en el plano es capaz de trasladarse simultanea e independientemente en cada eje del sistema de coordenadas, y rotar según el eje perpendicular.

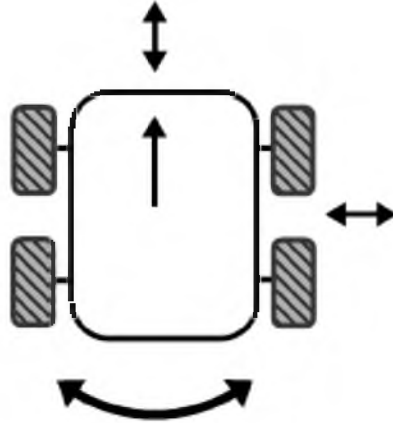


Figura 1: Robot omnidireccional con ruedas suecas.

Ackerman

El sistema de locomoción Ackerman es el utilizado en vehículos de cuatro ruedas convencionales. Este sistema de locomoción como se muestra en la **Figura 2**, consta de cuatro ruedas, en el cual las ruedas delanteras giran a ángulos diferentes ($\theta_1 > \theta_0$) para eliminar el deslizamiento. Existe un punto P_1 , en donde se intersectan las prolongaciones de los ejes de las dos ruedas delanteras sobre la prolongación del eje de las ruedas traseras. El lugar de los puntos trazados sobre el suelo por los centros de los neumáticos son circunferencias concéntricas con centro en el eje de rotación. Si no se tienen en cuenta las fuerzas centrífugas, los vectores de velocidad instantánea son tangentes a estas curvas.

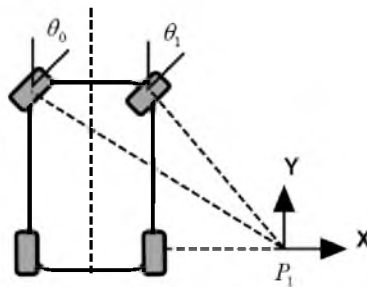


Figura 2: Sistema de locomoción Ackerman.

Triciclo clásico

El sistema de locomoción triciclo cuenta con tres ruedas, en donde la rueda delantera sirve tanto para la tracción como para el direccionamiento. El eje trasero, con dos ruedas laterales, es pasivo y sus ruedas se mueven libremente, como se muestra en la **Figura 3**. La maniobrabilidad es mayor que en la configuración anterior pero

puede presentar problemas de estabilidad en terrenos difíciles. El centro de gravedad tiende a desplazarse cuando el vehículo se desplaza por una pendiente, causando la pérdida de tracción.

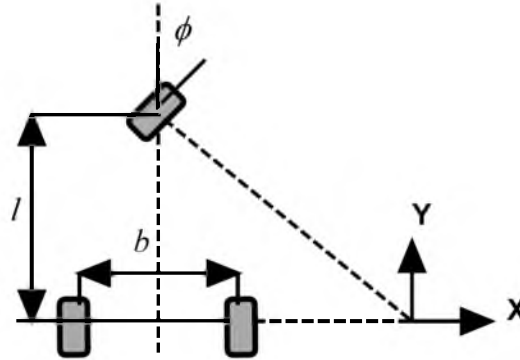


Figura 3: Sistema de locomoción triciclo clásico

Direccionamiento diferencial

El direccionamiento viene dado por la diferencia de velocidades de las ruedas laterales. La tracción se consigue también con estas mismas ruedas. Adicionalmente, existen una o más ruedas para soporte. En la **Figura 4** se muestra el sistema de locomoción de la plataforma labmate. Esta configuración es la más frecuente en robots para interiores.

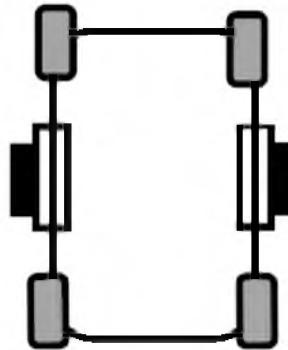


Figura 4: Sistema de locomoción con direccionamiento diferencial en las ruedas laterales.

Sincronos

La configuración de locomoción síncrono, como podemos observar en la **Figura 5**, consta de tres ruedas las cuales giran de forma síncrona. La transmisión se consigue mediante coronas de engranajes o con correas concéntricas. Esta es una configuración interesante, porque, aunque utiliza tres ruedas para dirigir y controlar, solamente

necesita de dos motores en total. El motor de traslación establece la velocidad de las tres ruedas juntas y el motor de dirección gira todas las ruedas juntas sobre cada uno de sus ejes de dirección vertical.

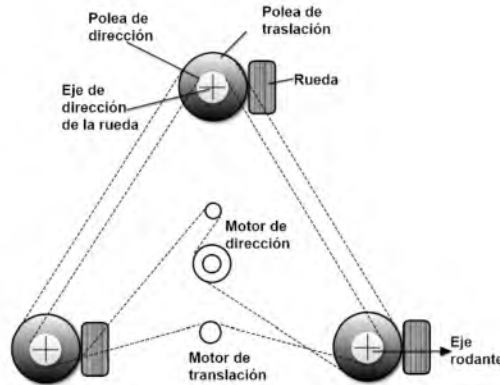


Figura 5: Sistema de locomoción sincrónico

La configuración sincrónica es particularmente ventajosa en casos donde se busca la omnidireccional. Cada eje vertical de dirección es alineado con la trayectoria de contacto de cada llanta, el robot puede siempre reorientar las ruedas y moverse a lo largo de una nueva trayectoria sin que se note cuando se realiza un cambio [3].

2.4. Percepción

La adquisición del conocimiento sobre el entorno del robot móvil es una de las tareas mas importantes en la autonomía del robot. Esto se hace mediante la adopción de medidas, usando varios sensores y luego extraer información significativa de las mediciones. Hay una gran variedad de sensores usados en la robótica móvil, algunos sensores son utilizados para medir valores simples como la temperatura interna en la electrónica del robot o la velocidad rotacional del motor, otros sensores mas sofisticados pueden ser usados para adquirir información acerca del desarrollo del robot incluso para medir directamente una posición global del robot. De acuerdo a su funcionamiento los sensores pueden ser clasificados en; Sensores propioceptivos/exteroceptivos y sensores activos/pasivos.

Los sensores propioceptivos o internos, estos suministran la información del estado interno del robot: posición, dirección, sentido, velocidad. En contraposición los sensores exteroceptivos determinan el estado del robot en función de la percepción del entorno, por ejemplo mediciones de distancia, intensidad de la luz y amplitud del sonido.

Los sensores pasivos, miden la energía del medio ambiente que entra al sensor. Ejemplo de estos, son sondas de temperatura, micrófono y cámaras CCD o CMOS.

Los sensores activos, emiten energía en el medio ambiente, pueden gestionar mas control con la interacción del medio ambiente, a menudo logran un rendimiento superior. Mas sin embargo, estos sensores introducen varios riesgos, la energía saliente puede afectar en las medidas del sensor. Ejemplo de estos sensores son los sensores ultrasonicos, codificadores de rueda, telémetros láser [14].

En las siguientes secciones describiremos algunas características de dichos sensores.

2.4.1. Sensores Propioceptivos

Giroscopios

Los giroscopios pueden aplicarse en situaciones en las que no existe campo magnético apreciable, o cuando existen campos locales que provocan importantes perturbaciones. Existen diferentes tipos de giroscopios a continuación explicaremos brevemente cada uno de ellos.

Giroscopios mecánicos

Los giroscopios mecánicos están constituidos por un volante o masa que rota suficientemente rápido alrededor de un eje estando la masa distribuida en la periferia con objeto de que el momento de inercia del eje de rotación sea alto.

El rotor es accionado mediante un motor eléctrico, suspendiéndose mediante un par de cojinetes que deben ser de bajo rozamiento en cada extremo del eje. Estos cojinetes están soportados por un anillo circular, conocido como anillo gimbal interno, el cual a su vez pivota en un segundo juego de cojinetes que están unidos rígidamente a un anillo gimbal externo.

Para la navegación, el giro del eje tiene que ser seleccionado inicialmente, si al girar el eje es alineado con el meridiano norte-sur, la rotación de la tierra no tiene efecto en el eje horizontal de giro. Los puntos este- oeste, del eje horizontal leen la rotación de la tierra. En la **Figura 6** se muestra una configuración típica del giroscopio.

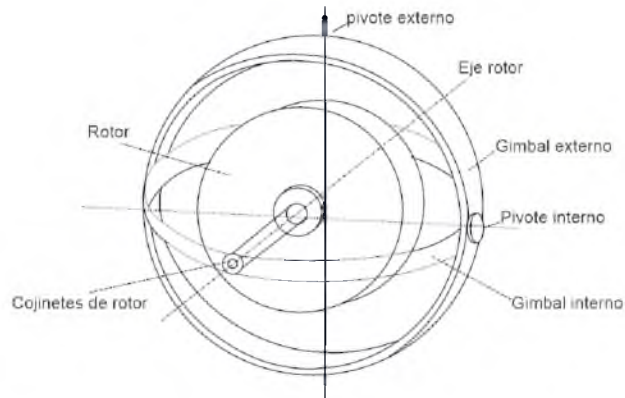


Figura 6: Giroscopio de volante con dos ejes

Giroscopios electrónicos

Son normalmente sensores de velocidad angular que emplean el efecto de coriolis. Para ello se realizan micro-mecanismos del silicio configurando un anillo que se hace vibrar a una frecuencia de resonancia. El movimiento de rotación produce fuerzas de coriolis que dependen de la velocidad de giro. La medida de la velocidad se obtiene determinando la diferencia de las vibraciones a diferentes ángulos.

Giroscopios ópticos

El dispositivo básico consiste en dos haces de láser en direcciones opuestas formando un circuito cerrado. Los patrones de interferencia formados dividiendo y mezclando porciones de los haces, se utilizan para determinar la magnitud y dirección de la velocidad de rotación del dispositivo.

El anillo láser puede concebirse de forma ideal como un espejo en forma toroidal, como se muestra en la **Figura 7**, donde la luz sigue un camino cerrado circular. Suponiendo una superficie de espejo ideal que refleja el 100% de la luz, la energía óptica dentro de la cavidad no se afecta teóricamente por el giro del espejo. Los haces de la luz que se propagan en sentidos contrarios se refuerzan unos y otros para crear una onda estacionaria con picos y valores nulos de intensidad.

En cada rotación completa del donut, el detector vería un número de picos igual a dos veces la longitud del camino óptico del haz dividida por la longitud de onda de la luz.

Los sensores de luz visible y los sensores infrarrojos abarcan un extenso espectro de complejidad. Las fotoceldas se encuentran entre lo más fácil de todos los sensores para la interfaz en un micropcesador, y la interpretación de la salida de una fotocelda es sencilla. Dentro de estos sensores encontramos las fotoresistencias, detec-

tores infrarrojos de proximidad, sensores infrarrojos de alcance, sensores piroelectricos, sensores ultravioletas y cámaras.

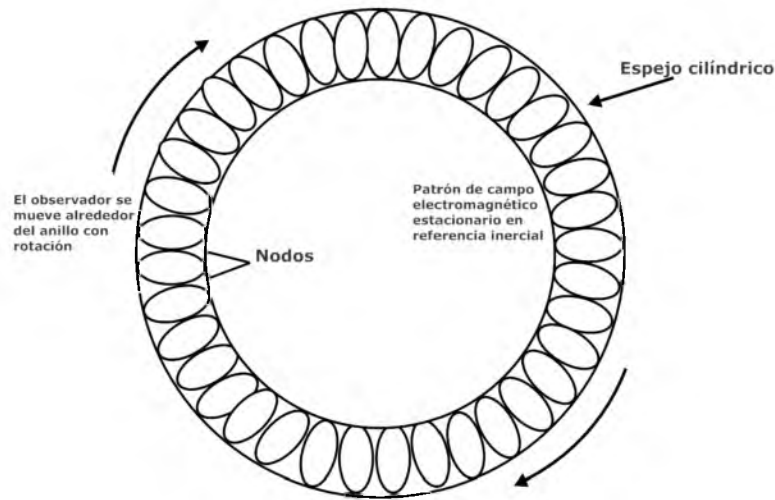


Figura 7: Ondas creadas por la propagación en sentido contrario de haces de luz

Compás magnético

Se emplean para medir la orientación de un vehículo. Los compases son magnetómetros, es decir, sensores de medida de campo magnético, que se emplean para medir el campo de la tierra. El campo magnético terrestre hace que una barra imantada se sitúe paralela con respecto a sus líneas de fuerza.

Los primeros compases para la navegación consistían esencialmente en agujas magnetizadas que flotaban en agua. En la actualidad, los compases mecánicos emplean anillos magnéticos, o pares de barras, sujetos a un disco graduado de mica. Este conjunto flota en una mezcla de agua, alcohol o glicerina, de forma que puede rotar alrededor de un pivote. El fluido soporta el peso del conjunto y amortigua su movimiento [3].

Existen distintos tipos de magnetómetros, dependiendo de las clases de núcleos y devanados. Los dos mas conocidos miden la dirección de un campo magnético, estos son el de efecto hall y compases de flujo. cada uno tiene ventajas y desventajas . El efecto hall describe el comportamiento del potencial eléctrico en un semiconductor cuando se encuentra en la presencia de un campo magnético. Cuando una corriente constante es aplicada dentro de la longitud de un semiconductor, se encontrara una diferencia de voltaje en la dirección particular.

Los compases de flujo operan en un principio diferente. Dos bobinas pequeñas se enrollan en núcleos de ferrita y están fijados perpendicularmente uno a otro. Cuando la corriente alterna es activada en ambas bobinas, el campo magnético causa cambios

en la fase dependiendo en la relación de alineación de cada bobina. El compás de flujo puede medir exactamente la fuerza de un campo magnético y tiene mejor resolución y precisión [14].

Sensores Doppler

Son muy utilizados en vehículos aéreos y marítimos. Permiten medir una velocidad absoluta con respecto a la tierra. Se basan en el principio de doppler por el cual se sabe que cuando una onda se refleja en una superficie que se esta moviendo con respecto al emisor, se produce un desplazamiento en frecuencia que puede medirse para suministrar una medida de la velocidad del movimiento.

En la **Figura 8** se muestra el principio de funcionamiento.

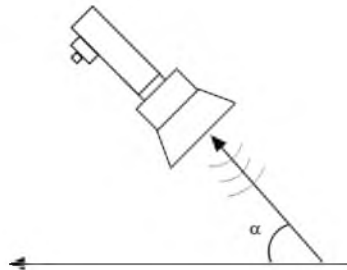


Figura 8: Sensor Doppler

Existen diferentes causas de errores en la medida, entre las que cabe mencionar las inferencias de los lóbulos laterales de la respuesta en frecuencia, las componentes verticales de la velocidad introducidas por los movimientos verticales del vehículo ocasionados por las irregularidades del terreno, y las incertidumbres en el ángulo real de incidencia.

Sistemas de Navegación Inercial

Un Sistema de Navegación Inercial (INS) emplea acelerómetros para determinar la aceleración en cada uno de los tres ejes de movimiento. Las velocidades y posiciones se obtienen mediante doble integración.

Los acelerómetros se colocan en una plataforma estabilizada giroscópicamente para mantener constante la orientación.

En vehículos robóticos terrestres es frecuente que las aceleraciones sean reducidas, por lo que la relación señal/ruido es baja, dificultando la medida correcta. Asimismo, las posiciones estimadas acumulan derivas, necesiándose sensores de gran calidad para obtener valores aceptables del error de posición.

Estimación de posición de vehículos basada en estaciones de transmisión.

La estimación mediante estaciones fijas se basa en el empleo del método conocido como navegación hiperbólica, en el cual se mide la diferencia de tiempos en que una señal de radio emitida desde dos estaciones distintas tarda en ser recibida por el observador. Si la velocidad de propagación es constante, la diferencia de tiempos es equivalente a la diferencia en distancias entre cada una de las estaciones y el observador.

Entre los sistemas de posicionamiento mediante estaciones móviles destaca el denominado Global Positioning System (GPS), en el cual las estaciones de transmisión operan desde satélites.

El GPS tiene diferentes fuentes de error, entre las que cabe mencionar: actividad de la ionosfera, retrasos en la troposfera o parte mas baja de la atmósfera, radio-interferencias, error en el reloj del receptor, errores entre el tiempo real del reloj del satélite y el tiempo que se envía en el mensaje difundido por el satélite. Por ello, la precisión del sistema esta entre 50 y 100 metros.

La precisión del GPS puede aumentarse de forma importante empleando un sistema diferencial (DGPS) [3].

Sensores de motor/rueda

Los sensores motor/rueda son dispositivos usados para medir el estado interno y la dinámica de un robot móvil. Estos sensores tienen grades aplicaciones fuera de la robótica móvil y como resultados la robótica móvil ah disfrutado de calidad alta, bajo costo de sensores de rueda y motor que ofrecen excelente resolución [4].

Uno de estos sensores es el enconder incrementar óptico, estos sensores convierten un desplazamiento rotacional en una señal digital sin necesidad de convertir analógico-digital. La medida del desplazamiento se realiza contando las interrupciones de un haz de luz. Dentro de estos sensores se encuentra los encoder ópticos lineales y rotacionales, como se muestra en la **Figura 9**.

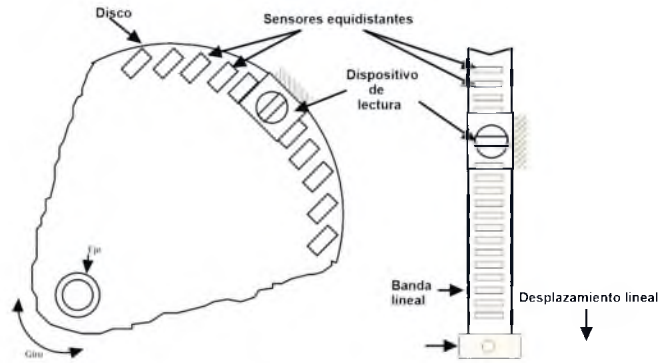


Figura 9: Codificadores ópticos rotacionales y lineales.

Como emisor puede emplearse una fuente incandescente o un diodo. El detector es típicamente un fotodiodo. Para medir el ángulo girado se cuenta el número de transiciones oscuro-luz y luz-oscuro. Es necesario un circuito que suministre un pulso positivo en cada transición. Otra posible técnica para medir el ángulo de giro es el empleo de un disco transparente de vidrio o plástico sobre el que se imprimen áreas de material opaco dispuesta en pistas concéntricas. En la **Figura 10** se muestra el principio de funcionamiento de estos codificadores, que pueden ser absolutos o incrementales.

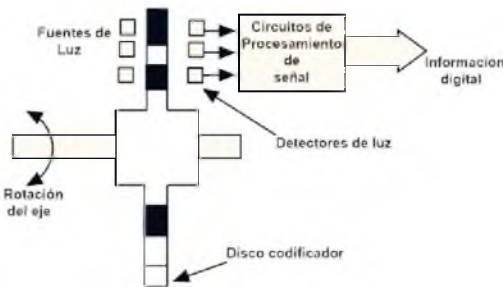


Figura 10: Principio del codificador

En los codificadores ópticos absolutos se produce un único código para cada posición angular del eje. En la **Figura 11** se muestra un disco giratorio de 4 bits, este permite contar 16 desplazamientos diferentes.



Figura 11: Codificador absoluto.

El principio de funcionamiento es la codificación binaria de áreas transparentes y opacas. La resolución del codificador depende del numero de pares emisor-receptor.

Los codificadores absolutos son relativamente costosos. Una técnica mas simple desde el punto de vista constructivo es la de los codificadores incrementales. En la **Figura 12** se muestra el funcionamiento de estos codificadores. Los pares en A y B producen ondas cuadradas separadas en un angulo de fase de 90° . Si A adelanta a B en 90° , el disco rota en sentido antihorario. Por el contrario, si B se adelanta a A en 90° , el disco rota en sentido horario [3].

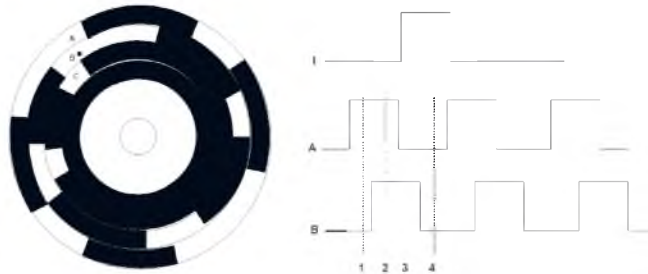


Figura 12: Codificador incremental

2.4.2. Sensores exteroceptivos

Fotoresistencias

Los sensores luminosos pueden permitir los comportamientos del robot tales como ocultarse en la oscuridad, jugando a seguir de cerca la luz de una linterna eléctrica y el movimiento hacia un faro. Los sensores luminosos pueden ser encontrados como foto-resistencias, foto-diodos o foto-transistores. Las foto-resistencias son simplemente resistencias variables de muchas maneras similares a los potenciómetros, excepto que el cambio de la resistencia es causada por el cambio de la luz en lugar del giro de la perilla. El empleo y conexión a micro-controladores es sencilla, en la **Figura 13** podemos observar la representación simbólica de una foto-resistencia.

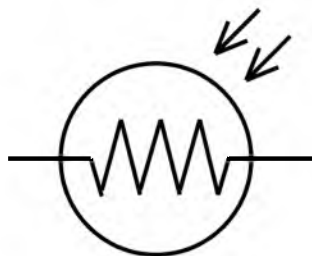


Figura 13: Foto-resistencia

Los foto-transistores proporcionan mayor sensibilidad de luz que las foto-resistencias. En el empleo y conexión a micro-controladores es casi tan fácil como una foto-resistencia. En la **Figura 14** se muestra una configuración simple usando un foto-transistor [10].

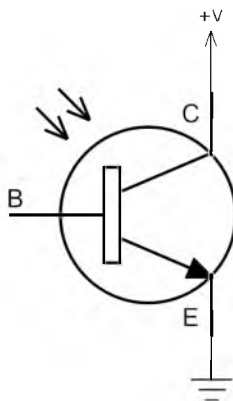


Figura 14: Conexión básica de un foto-transistor

Los fotodiodos tienen una mayor sensibilidad, producen una señal lineal en un rango muy amplio de niveles de intensidad, y responden rápidamente a los cambios de iluminación. Sin embargo su salida tiene que ser amplificada [3].

Detectores infrarrojos de proximidad

Los sensores infrarrojos de proximidad, típicamente no retorna ninguna medida de la distancia actual de un objeto, tan solo una señal binaria indicando si existe o no un objeto próximo en un rango de distancia característico del sensor. Estos sensores son insensibles a la larga longitud de onda infrarroja detectadas por sensores piroelectricos, mas bien son sensibles al bajo alcance de la luz visible.

Un sensor infrarrojo esta compuesto por un emisor y un detector, el emisor es un led hecho de arsenurio de galio, el cual emite una energía infrarroja cerca de

880 nanómetros (nm). El detector responde a una modulación de salida por el led infrarrojo. Esto significa que el programador es responsable por los pulsos del led en un cierto patrón, cada que el detector responda. Este protocolo de modulación aumenta la señal para el ruido. El detector responde a una frecuencia de 40 kilohertz. Una frecuencia de 40 kilohertz significa que el led parpadea y se apaga con un periodo de 25 micro-segundos. El emisor y el receptor son colocados sobre el robot detectándose la presencia del objeto por la reflexión de la luz en el objeto. Como se muestra en la **Figura15**.

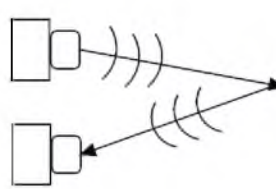


Figura 15: Sensor infrarrojo de proximidad

2.4.3. Sensores pasivos

Sensor CCD

Un sensor CCD (Charge Coupled Device, por sus siglas en ingles), consiste de un arreglo rectangular de fotones, debido al efecto fotoelectrico, cuando un foton llega a la superficie del semiconductor, se crean un numero de electrones libres, de modo que cada elemento acumula una carga dependiente en el tiempo integral de la iluminación incidente por encima del elemento fotosensible. Esta carga es pasada por un mecanismo de transporte para amplificar la salida, mientras que al mismo tiempo el photosite es descargado.

Sensor CMOS

El sensor CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor), Consiste en un arreglo rectangular de fotodiodos. La unión de cada fotodiodo es precargado y descargado cuando es afectado por fotones. Un amplificador integrado en cada pixel puede transformar esta carga en un nivel de voltaje o corriente.

Sensores piroelectricos

Uno de los sensores mas útiles para dotar a su robot en un medio de interacción con humanos, es un sensor piroelectrico. Un sensor piroelectrico es un componente esencial en ciertos tipos de detección de movimientos en alarmas antirrobo. la salida

de un sensor piroelectrico cambia cuando el sensor produce un cambio de temperatura en cierto tiempo .

Sensores ultravioletas

Los sensores ultravioletas son dispositivos sensibles a la radiación en el intervalo de 185 a 260 nanomentros pero son muy insensibles a la luz en el intervalo visible. En muchos entornos la única fuente de luz ultravioleta es la llama [10].

2.4.4. Sensores activos

Los sensores activos siguen siendo los mas populares en la robótica móvil. Todos los sensores activos proporcionan interpretación fácil de las salidas, medidas directas de distancias del robot a obstáculos en su entorno. Para la detección y evitación de obstáculos, la mayoría de los robots móviles dependen en gran medida de los sensores activos. Estos comúnmente son encontrados como parte de localización y en el proceso de modelado del entorno de los robot móviles. Existen distintos tipos de sensores activos, en esta sección presentaremos dos de los sensores de tiempo de vuelo: el sensor ultrasónico y el telémetro de láser.

Sensores ultrasónicos

Estos sensores funcionan mediante el principio del tiempo de vuelo, emitiendo pulsos de sonido y determinando el tiempo hasta que se detecta una vez que ha sido reflejado por el objeto: Teniendo en cuenta la velocidad de propagación del sonido, puede llegar a determinarse una distancia, tal como se efectúa en los sensores láser de medida de distancias. la distancia a la que se encuentra el objeto puede ser determinada mediante la siguiente ecuación:

$$d = \frac{v*t}{2}$$

v es la velocidad del sonido la cual es aproximadamente de $343\frac{m}{s}$.

En la **Figura 16** se muestran las diferentes señales de entrada y salida de un sensor ultrasonico. Se observa que en primer estancia una serie de pulsos de sonido son emitidos, estos comprende el paquete de ondas. Un integrador comienza a subir linealmente en valor, midiendo el tiempo de la transmisión de estas ondas de sonido para la detección de un eco. Un valor de umbral se establece para la activación de una onda de sonido entrante como un eco valido. Este umbral decrementa frecuentemente en el tiempo, por que la amplitud del eco esperado disminuye con el tiempo debido

a la dispersión a lo largo del viaje. Pero durante la transmisión de los pulsos de sonido inicial y siguiente, el umbral se establece muy alto para suprimir la activación del detector del eco con los pulsos de sonido saliente. Un transductor eleva el sonido durante varios mili segundos después de la transmisión inicial, y este rige el tiempo mudo (blanco) del sensor. Notar que si, durante el tiempo en blanco, el sonido transmitido fue reflejado de un extremo cercano del objeto y regresa al sensor ultrasónico, puede fallar al ser detectado.

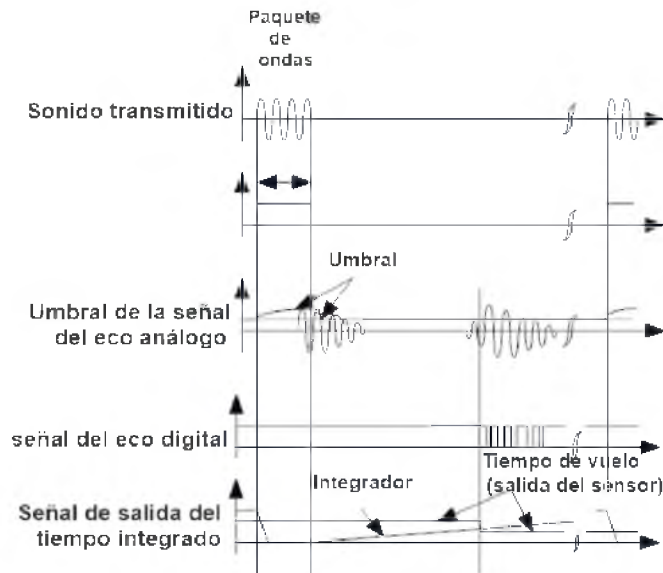


Figura 16: Señales de un sensor ultrasónico

Sin embargo, una vez que el intervalo mudo haya ocurrido, el sistema detectará cualquier sonido reflejado por encima del umbral, activando una señal digital y produciendo la medida de distancia usando el valor del integrador.

Las ondas típicas ultrasónicas tienen una frecuencia entre 40 y 180 kHz y es usualmente generado por un transductor piezoelectrico o electrostático. Frecuentemente la misma unidad es usada para medir la señal reflejada, aunque el intervalo mudo requerido puede ser reducido a través del uso de dispositivos de salidas y entradas separadas. La frecuencia puede ser usada para seleccionar un rango útil cuando se elije un sensor ultrasónico apropiado para un robot móvil. La mayoría de los sensores ultrasónicos usados por robot móviles tienen un rango efectivo aproximadamente de 12 cm a 5 m.

En la mayoría de los casos se requiere un angulo de apertura estrecho del haz de sonido para obtener información direccional precisa acerca de objetos encontrados. Esto es una limitación mayor desde que el sonido se propaga en forma de cono, con

un ángulo de apertura alrededor de 20 a 40 grados, como se muestra en la **Figura 17**. Por lo tanto el sensor unicamente nos dice si hay un objeto a cierta distancia dentro del cono.

Los sensores ultrasónicos experimentan de varios inconvenientes adicionales, es decir, en las áreas del error, el ancho de banda y el cruce de la sensibilidad.

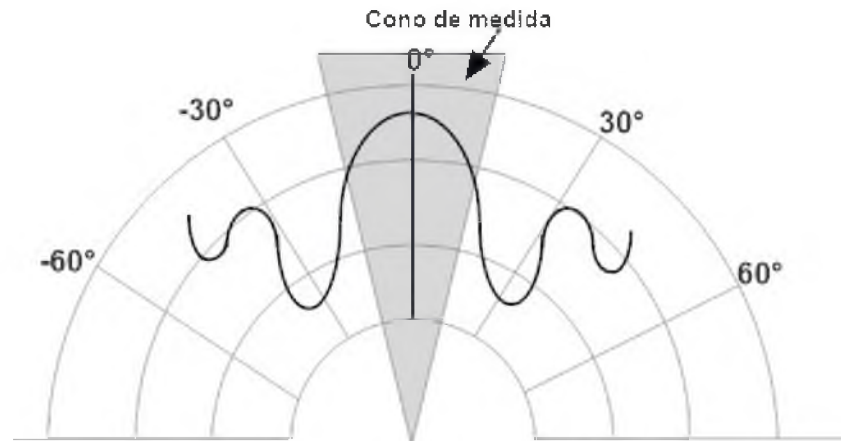


Figura 17: Distribución de la intensidad del sensor ultrasónico

Telémetro Láser

El telémetro láser es un sensor de tiempo de vuelo que logra significativas mejoras de alcance por encima del sensor ultrasónico debido al uso de la luz láser en lugar de sonido. Este tipo de sensores consiste de un transmisor el cual ilumina un objetivo con un haz, y un receptor capaz de detectar la componente de la luz la cual es esencialmente coaxial con el haz transmitido. Este dispositivo produce un alcance estimado basado en el tiempo necesario para alcanzar el objetivo y regresar.

Una manera de medir el tiempo de vuelo para el haz de luz es usando un pulso de láser y así medir directamente el tiempo transcurrido, precisamente como se describió anteriormente con el sensor ultrasónico. Un segundo método es medir los pulsos de la frecuencia entre una onda modulada de frecuencia continua y la reflexión recibida. Otro método incluso más fácil es medir el cambio de fase de la luz reflejada. Estas son técnicas las cuales dan solución a los dispositivos que las requieren en su electrónica, mas sin embargo son muy caros.

3. GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS

Dado un objetivo o series de posiciones, la navegación abarca la habilidad de que el robot actúe basado en su conocimiento y en los valores del sensor para alcanzar su posición deseada de manera eficientemente y lo mas fiable posible. Para lograr esto la planeación de trayectorias esta basada en el nivel cognitivo del robot móvil, generalmente la cognición es útil en representar la toma de decisiones y ejecución, es utilizado en sistemas para lograr altos objetivos. En el caso de un robot móvil, el aspecto específico directo de cognición esta vinculado a la movilidad robusta esto es a la planeación del movimiento.

El desafío de la navegación para un robot móvil implica la ejecución de una fuente de acción (o plan) para alcanzar la posición deseada. Durante la ejecución, el robot debe reaccionar a eventos imprevistos de tal manera que alcance su objetivo. Sin reacción, el esfuerzo de planeación no daría resultados por que el robot nunca alcanzaría su objetivo físicamente. Contrariamente, sin planeación, el esfuerzo de la reacción no puede guiar el comportamiento total del robot para alcanzar de nuevo una distancia deseada, por lo que el robot nunca alcanzará su objetivo.

Dentro de los métodos para la planeación de trayectorias se tienen, configuración del espacio, planeación vía retracción, descomposición de celdas, planeación mediante métodos probabilísticos.

3.1. Configuración del espacio

Un esquema muy efectivo para la planeación de movimiento se obtiene por la representación del robot como un punto móvil en un espacio apropiado, donde se consideran las imágenes de los obstáculos presentados en el espacio de trabajo. Las coordenadas generalizadas del sistema mecánico, identifican la configuración del robot, estas coordenadas son de dos tipos, coordenadas cartesianas, son usadas para describir la posición de los puntos seleccionados en los enlaces de la cadena cinemática y los valores tomados en los espacios euclidianos. Las coordenadas angulares son usadas para representar las orientaciones de los cuerpos: independiente de la representación adoptada (rotación de matrices, ángulos de euler). La configuración del espacio de un robot es obtenida en general como un producto cartesiano de estos espacios.

- La configuración en un robot móvil poligonal en $W = \mathbb{R}^2$ es descrita por la posición de un punto representativo en el cuerpo y por la orientación del polígono, ambos expresados con respecto a un marco de referencia fijo.
- Para un robot móvil poliédrico en $W = \mathbb{R}^3$ la configuración del espacio C es $\mathbb{R}^3 \times SO(3)$ cuya dimensión es $n = 6$.
- Para un vehículo unicycle con un avance en \mathbb{R}^2 , la configuración del espacio es un subconjunto de $((\mathbb{R}^2 \times SO(2)) \times (\mathbb{R}^2 \times SO(2)))$. Si el avance se conecta al unicycle por una revoluta, la configuración del robot puede ser descrita por la posición y orientación del unicycle y la orientación del avance.

3.2. Planeación vía retracción

La idea básica de la planeación del movimiento vía retracción es representar la configuración del espacio libre por medio de un mapa $R \subset C_{libre}$. La solución de un caso particular de un problema de planeación de movimiento, es obteniendo por retracción al mapa, la configuración inicial q_i y la configuración final q_f , y la búsqueda de un camino en R entre dos puntos conectados. Dependiendo del tipo de mapa, y en el procedimiento de retracción, este enfoque general conduce a diferentes métodos de planeación.

Dada la configuración inicial (q_i) y final q_f , el método de planeación de movimiento vía retracción, esta dado por los siguientes pasos. Ver **Figura 18**.

- Construir el diagrama de veroni generalizada $\nu(C_{libre})$ [14].
- Calcular la retracción $r(q_i)$ y $r(q_f)$ en $\nu(C_{libre})$.
- Buscar $\nu(C_{libre})$ para una secuencia consecutiva de arcos, de tal manera que $r(q_i)$ pertenece al primero y $r(q_f)$ al final.
- Si la búsqueda tiene éxito, reemplazar el primer arco de la secuencia con su subarco originario en $r(q_i)$ y el ultimo arco de la secuencia con su subarco de terminación en $r(q_f)$, y proporcionar como salida el camino que consiste de la unión de los segmentos de línea de q_i a $r(q_i)$, modificando la secuencia de arcos, y la unión de los segmentos de línea de q_f a $r(q_f)$.

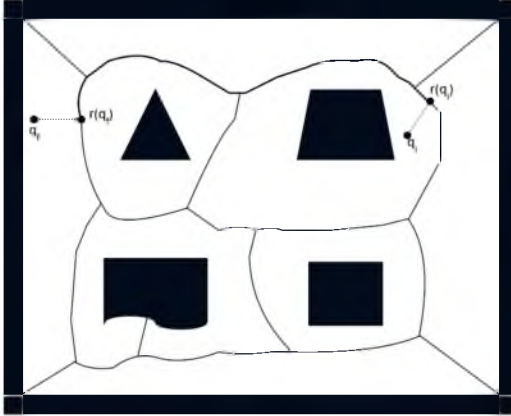


Figura 18: Ejemplo de la planeación de trayectorias vía retracción.

3.3. Planeación vía descomposición de celdas

La planeación vía descomposición de celdas se basa en asumir que la configuración del espacio libre puede ser descompuesta en simples regiones, llamada celdas, con las siguientes características básicas:

- Dada dos configuraciones pertenecientes a la misma celda, es fácil calcular un camino libre de colisiones que se une a ellos.
- Dado dos celdas adyacentes, es fácil generar un camino libre de colisiones que va de una celda a otro.

Mediante la descomposición de celdas de C_{libre} es fácil construir la asociación de la conectividad del grafo. Los nodos del grafo representan las celdas, mientras que un arco entre dos nodos indica que estos dos corresponden a celdas adyacentes. Para la búsqueda del grafo conectado para un camino de celdas que contiene la configuración inicial q_i y la configuración final q_f , se obtiene una secuencia de celdas adyacentes, llamada canal. Los métodos de planeación de movimiento dependen del tipo de celdas utilizadas para la descomposición, a continuación se presentan dos tipos de algoritmos de descomposición de celdas.

3.3.1. Descomposición exacta

Cuando se utiliza una descomposición de celdas exacta, la configuración del espacio libre se particiona en una colección de celdas cuya unión da exactamente C_{libre} . Una forma típica utilizada en la descomposición de celdas son los polígonos convexos. Para descomponer C_{libre} en una colección de polígonos convexos es usando el algoritmo de barrido de línea, descrito a continuación.

Elegir una línea que no sea paralela a ningún lado del límite de C_{libre} , y dejar que se traslade (barrido) por todo C_{libre} . Cuando la línea pasa a través de uno de los vértices de C_{libre} , se consideran dos segmentos (extensiones) que se originan del vértice, encontrarse en la línea y en un punto en direcciones opuestas, la terminación en la primera intersección con ∂C_{libre} . Cada extensión que se encuentra en C_{libre} es parte del límite de una celda, el resto del límite es hecho de los lados de ∂C_{libre} y posiblemente otras extensiones. Este procedimiento se muestra en la **Figura19**.

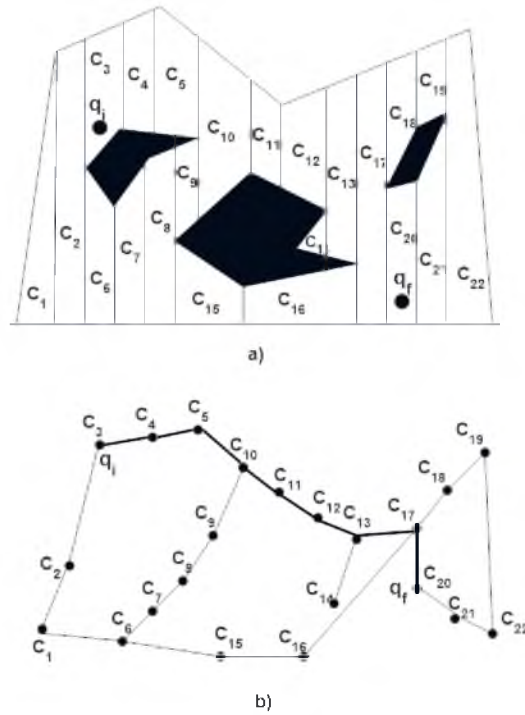


Figura 19: Ejemplo de la descomposición de celda por a) algoritmo de línea de barrido, b) asociación de la conectividad del grafo.

Dada las dos configuraciones q_i y q_f , el algoritmo de planeación de movimiento mediante descomposición de celdas exactas se basa en los siguientes pasos:

- Calcular una descomposición poligonal convexa de C_{libre} .
- Construir la asociación de la conectividad del grafo C .
- Buscar C para un canal, por ejemplo una secuencia de celdas adyacentes de c_i a c_f .
- Si un canal ha sido encontrado, obtener y proporcionar un camino libre de colisiones de q_i a q_f , de otra manera reportar un fracaso.

3.3.2. Descomposición aproximada

En la planeación de movimiento mediante descomposición aproximada de C_{libre} , son utilizadas las celdas discontinuas de forma predefinida. Para lograr una precisión razonable entre la aproximación y la eficiencia del procedimiento de descomposición, Se utiliza un algoritmo recursivo, el cual comienza con una malla gruesa cuya solución se adapta mejor a la geometría de C_{libre} .

El método de planeación de movimiento basado en descomposición aproximada se describe para el caso en el cual C_{libre} es un subconjunto poligonal limitado de $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2$. El algoritmo de descomposición aproximada inicialmente esta dividida en 4 celdas, que son clasificadas de acuerdo a las siguientes categorías.

- Celdas libres, cuyo interior no tienen intersección con la región del obstáculo.
- Celdas ocupadas, totalmente contenida en la región del obstáculo.
- Celdas mixtas, que no son, ni libres ni ocupadas.

La construcción de la conectividad del grafo C , asociado con el nivel de descomposición común, el grafo tiene celdas libres y mixtas como nodos, y los arcos que unen a los nodos representan celdas adyacentes. Una vez que los nodos correspondiente a las celdas que contienen q_i y q_f hayan sido identificados, se busca un camino C entre ellos. Si tal camino no existe, se reporta una falla. Si existe un camino, que consiste en una secuencia de celdas, que pueden ser ya sea celdas libres o mixtas [14]. En la **Figura 20**, se muestra un ejemplo de la aplicación de esta técnica.

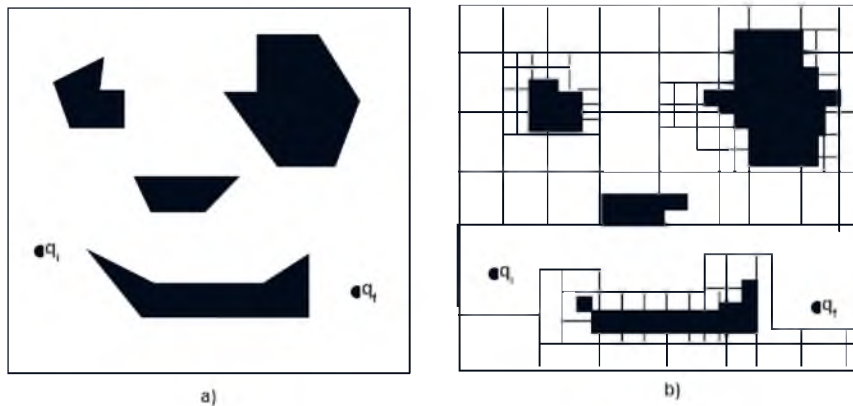


Figura 20: Ejemplo de planeación del movimiento vía descomposición de celdas aproximada. a) El problema asignado, b) La solución como un canal libre.

3.4. Planeación probabilística

Los planificadores probabilísticos participan especialmente en problemas donde participan la configuración de espacios de altas dimensiones. Estos pertenecen a la familia general de métodos basados en muestreos, cuya idea básica consiste en determinar un conjunto finito de configuraciones libre de colisiones, que representen adecuadamente la conectividad de C_{libre} , y usando estas configuraciones para construir un mapa que pueda ser empleado para resolver problemas de planeación de movimiento.

Este método se realiza por la elección de muestreo de la configuración y control en cada iteración, si existe una colisión entre el robot y el obstáculo en el espacio de trabajo, el muestro es descartado. Por el contrario si una configuración no causa una colisión, se añade al mapa actual y si es posible se conecta a otra configuración ya almacenada.

A continuación se describen dos tipos de planificadores probabilísticos.

3.4.1. Método PRM

La iteración básica del método PRM (por sus siglas en ingles Probabilistic Random Maps) comienza por generar una muestra aleatoria q_{ale} de la configuración del espacio, usando una distribución de probabilidad uniforme en C . Mediante el uso de las relaciones de la cinemática y la geometría se calcula la situación correspondiente del robot e invocando una algoritmo que pueda detectar una colisión entre el robot y el obstáculo.

Si q_{ale} no causa colisión, se suma al mapa y se conecta a través del camino local libre para una configuración suficientemente cerca alrededor del mapa. La generación de un camino local libre entre q_{ale} y una configuración cerca q_{cerca} es llamado procedimiento local. Una elección común es hacer un camino rectilíneo en C entre q_{ale} y q_{cerca} y una prueba de colisión. Si el camino local causa una colisión, se descarta y la conexión no directa entre q_{ale} y q_{cerca} aparece en el mapa. El procedimiento de la generación incremental del PRM se detiene cuando cualquiera de los dos alcanza el máximo número de iteraciones o el número de componentes conectados en el mapa se convierten en mas pequeños. En este punto, se verifica si es posible resolver el problema de planeación de movimiento, asignado por la conexión de q_i y q_f a la misma componente conectado al PRM por el camino local libre. En la **Figura 21** se muestra un ejemplo de la planeación del movimiento mediante el método PRM.

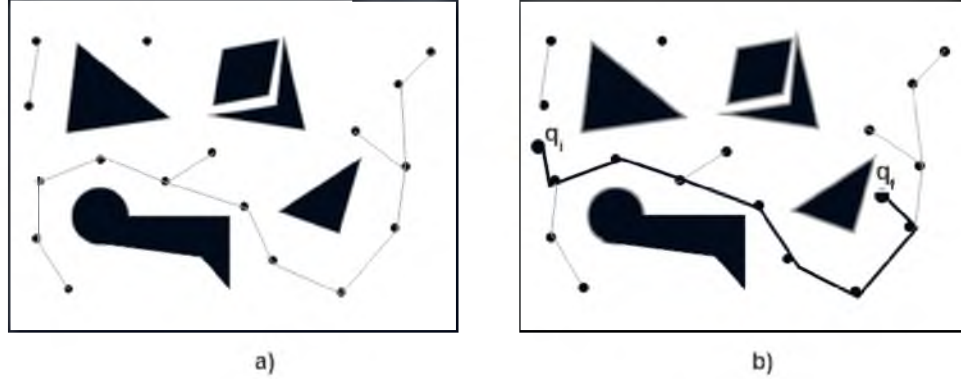


Figura 21: a) Configuración del espacio en dos dimensiones, b) Solución de la planeación de movimiento mediante PRM.

3.4.2. Método bidireccional RRT

Los planificadores probabilísticos bidireccionales RRT, los cuales hacen uso de una estructura de datos llamada RRT (por sus siglas en inglés Rapidly-exploring Random Tree). La expansión incremental de un RRT, denotada por T , se basa en un procedimiento al azar simple con repeticiones en cada iteración. El primer paso es la generación de una configuración aleatoria q_{ale} conforme a la distribución de probabilidad uniforme en C . La configuración q_{cerca} en T que se encuentra más cerca a q_{ale} , y una configuración candidata nueva q_{nue} , se produce en el segmento de la unión entre q_{cerca} y q_{ale} con una distancia predefinida δ desde q_{cerca} . Comprobar si existe alguna colisión y posteriormente verificar que ambos q_{nue} y el segmento que va desde q_{cerca} a q_{nue} pertenecen a C_{libre} . Si este es el caso, T se expande mediante la incorporación de q_{nue} y el segmento de unión q_{cerca} .

Para acelerar la búsqueda de un camino libre que va desde q_i a q_f , el método bidireccional RRT usa dos árboles T_i y T_f , respectivamente arraigada a q_i y q_f . En cada iteración, ambos árboles son expandidos con el mecanismo al azar descrito anteriormente. Después de un cierto número de pasos de expansión el algoritmo entra en una fase donde, se trata de conectar los dos árboles por la extensión de cada uno de ellos. Esto se realiza para la generación de un q_{nue} como una expansión de T_i , y tratando de conectar T_f y q_{nue} . Si el segmento de unión q_{cerca} a q_{nue} está libre de colisiones, la extensión es completada y los dos árboles son conectados, de otra manera la parte libre del segmento es extraído y sumado a T_f junto a su punto final [14]. En la **Figura 22** podemos observar un ejemplo de este método.

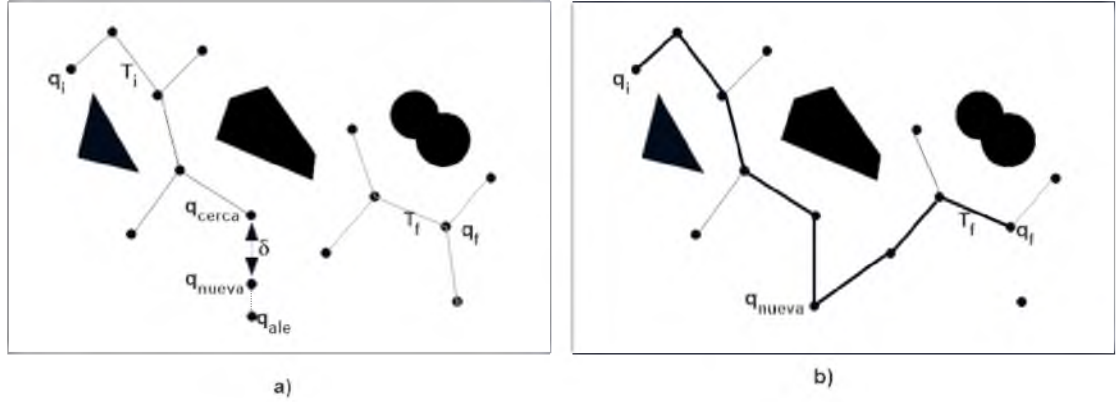


Figura 22: Método bidireccional en una configuración del espacio de dos dimensiones. a) Mecanismo al Azar para la expansión del árbol, b) Método de extensión para conectar los dos arboles.

3.4.3. Redes bayesianas

Las redes bayesianas es una herramienta matemática la cual modela de forma conjunta y toman en cuenta cada una de las variables que conforman el sistema de navegación del robot como lo son el movimiento del robot, posición de los obstáculos y trayectoria a seguir. Las redes bayesianas utilizan grafos dirigidos acíclicos (por sus siglas en inglés, DAG) para especificar distribuciones de probabilidad. La estructura de un DAG es definida por dos conjuntos: el conjunto de nodos, que representan variables aleatorias, y el conjunto de arcos que representa la dependencia directa entre estas variables. La dependencia puede ser interpretada como causalidad (una variable causa o tiene efecto sobre la otra). Todas las relaciones de independencia condicional en el grafo de igual forma corresponden a relaciones en el cálculo de la probabilidad condicional. La independencia entre variables simplifica la representación del conocimiento (menos parámetros) y el razonamiento (propagación de probabilidades). Una red bayesiana, muestra en forma gráfica las dependencias e independencias entre variables aleatorias en particular de las independencias condicionales [5].

Sean A, B, C variables aleatorias, siendo A independiente de B dado C , la simplificación de la probabilidad condicional presentada en el párrafo anterior se expresa mediante la siguiente notación:

- Independencia en la distribución: $P(A|B, C) = P(A|C)$.
- Independencia en el grafo: $I \langle A|B|C \rangle$.

La topología (estructura de una red bayesiana), tiene como base la genética y la física estadística. Desde el punto de vista de la genética dos nodos relacionados por un arco

corresponden a la relación de padres e hijos. De esta manera una red bayesiana puede ser definida como las probabilidades condicionales de cada variable dados sus padres.

- Nodos raíz: vector de probabilidades marginales.
- Otros nodos: matriz de probabilidades condicionales dados sus padres.

La probabilidad conjunta se especifica por el producto de las probabilidades de cada variable dado sus padres:

$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^N P(X_i | Pa(X_i))$$

Aquí radica la simplificación y reducción de la complejidad debido a que se reduce la dependencia solo a los nodos padres [11].

La estructura de una red bayesiana en la planeación de la trayectoria permite incorporar de forma más fácil las variables que participan en el sistema de navegación del robot, especificando cuales nodos corresponden a las observaciones (las mediciones obtenidas directamente de los sensores del robot) y cuales al estado del robot, un ejemplo de esto se puede ver en la **Figura 23**. Una vez que la estructura de la red sea establecida de forma directa por conocimientos a priori o a través del aprendizaje de muestras la RB se define finalmente con el calculo de las probabilidades que relacionan a las variables entre sí. La causalidad de las observaciones en los estados del robot dentro de la red se calculan a través del proceso de inferencia probabilísticas.

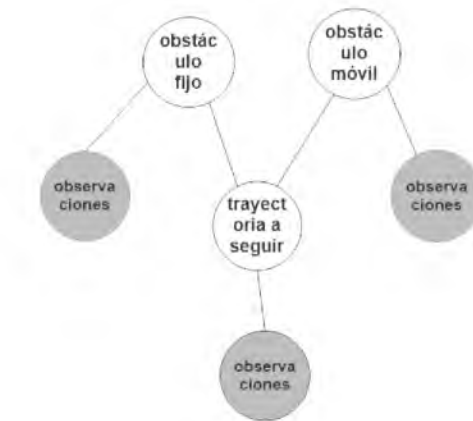


Figura 23: Ejemplo de una Red Bayesiana para la navegación del robot móvil

Inferencia probabilísticas

La inferencia probabilística o propagación de evidencia, consiste en establecer los efectos de los hechos en toda la red para conocer la probabilidad a posteriori de las variables. Esto es calcular las probabilidades marginales, $p(X_i = x_i)$ o $p(x_i)$, para cada $X_i \in X$. Estas probabilidades proporcionan información “a posteriori” sobre los distintos valores que pueden tomar las variables. Cuando se dispone de cierta evidencia (se conoce un conjunto de variables $E \subset X$ que tienen asociadas los valores $X_i = e$, para $X_i \in E$), el proceso de inferencia probabilística debe tomarlos en cuenta para calcular las nuevas probabilidades de los nodos.

La evidencia puede ser descrita como un subconjunto de variables $E \subset X$ cuyos valores son conocidos, $E = e$ en una situación dada. Por lo tanto la inferencia probabilística consiste en calcular las funciones de probabilidad condicionada $p(x_i|e)$ para cada variable $X_i \notin E$, dada la evidencia $E = e$. Estas funciones de probabilidad condicionada miden el efecto producido por la evidencia en cada variable. Cuando no se dispone de evidencia ($E = \emptyset$), las funciones condicionadas $p(x_i|e)$ son simplemente las funciones de probabilidad marginal $p(x_i)$. Una forma de obtener las probabilidades $p(x_i|e)$ consiste en utilizar la siguiente ecuación:

$$p(x_i|e) = \frac{p(x_i, e)}{p(e)} \propto p(x_i, e)$$

Donde $\frac{1}{p(e)}$ es una constante de proporcionalidad. Por lo tanto, se puede obtener $p(x_i|e)$, calculando y normalizando las probabilidades marginales $p(x_i, e)$. De esta forma se tiene:

$$p(x_i, e) = \sum_{x \setminus \{x_i, e\}} p_e(X_1, \dots, X_n)$$

Donde $p_e(X_1, \dots, X_n)$ es la función de probabilidad obtenida al sustituir las variables con evidencia E , en $p(X_1, \dots, X_n)$. Por lo tanto, para calcular $p(x_i, e)$, han de sumarse $p_e(X_1, \dots, X_n)$ para todas las posibles combinaciones de valores de las variables que no estén contenidas en E . Por lo tanto la ecuación se reduce a:

$$p(x_i) = \sum_{x \setminus x_i} p(X_1, \dots, X_n)$$

Para calcular la inferencia probabilística existen diferentes tipos de algoritmos entre estos están, inferencia en poliárboles y en descomposición (condicionamiento, agrupamiento y árbol de conglomerados) [9].

Inferencia probabilística en poliárboles

El poliárbol es uno de los modelos gráficos más simples para construir redes bayesianas. La característica principal de este algoritmo es que su complejidad es lineal en el tamaño de la red, es decir, es lineal con respecto al número de nodos y aristas que la componen. En un poliárbol dos nodos cualesquiera están unidos por un único camino, lo cual implica que cada nodo divide al poliárbol en dos poliárboles inconexos: uno que contiene a sus dos padres y a los nodos a los que está conectado pasando por sus padres, y otro que incluye a sus hijos y a los nodos a los que está conectado pasando por sus hijos. Como se muestra en la **Figura 24**.

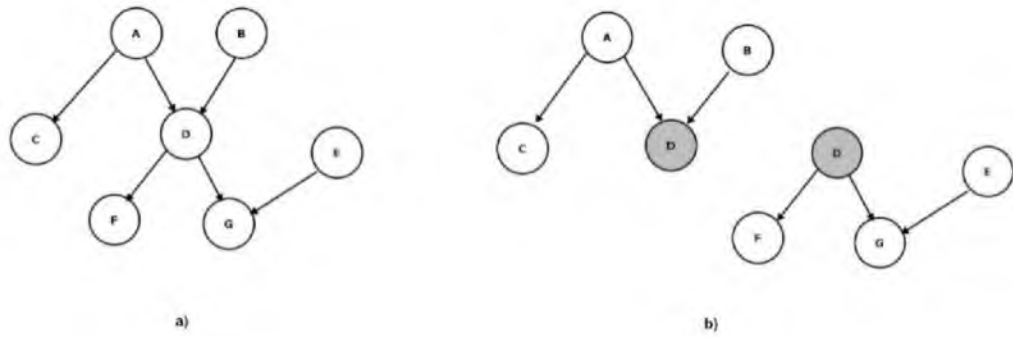


Figura 24: a) Grafo dirigido aciclico, b) El nodo D divide al poliárbol en dos poliárboles inconexos.

En este tipo de grafos el proceso de inferencia puede realizarse de un modo eficiente combinando la información procedente de los distintos subgrafos, esta información se combina mediante el envío de mensajes (cálculos locales) de un subgrafo a otro. Supóngase que se conoce una cierta evidencia $E = e$ y que se quieren calcular las probabilidades $p(x_i, e)$ para todos los valores x_i de un nodo cualquiera X_i que no esté contenido en E . Para facilitar el cálculo de estas probabilidades, el conjunto de evidencia E se puede descomponer en dos subconjuntos disjuntos, cada uno de los cuales está contenido en uno de los poliárboles separados por el nodo X_i en el poliárbol original. De aquí, E se puede descomponer como:

- E_i^+ , que es el subconjunto de E accesible desde X_i a través de sus padres.
- E_i^- , que es el subconjunto de E accesible desde X_i a través de sus hijos.

Así se tiene $E = E_i^+ \cup E_i^-$. En algunos casos se utilizará $E_{x_i}^+$ en lugar de E_i^+ . Aplicando esta relación en la ecuación:

$$p(x_i|e) = \frac{p(x_i, e)}{p(e)} \propto p(x_i, e)$$

Se tiene:

$$p(x_i|e) = p(x_i|e_i^-, e_i^+) = \frac{p(e_i^-, e_i^+|x_i)}{p(e_i^-, e_i^+)} p(x_i)$$

Dado que se cumple la relación de independencencia $I(E_i^-, E_i^+|x_i)$, entonces se tiene:

$$\begin{aligned} p(x_i|e) &= \frac{1}{p(e_i^-, e_i^+)} p(e_i^-|x_i) p(e_i^+|x_i) p(x_i) \\ &= \frac{1}{p(e_i^-, e_i^+)} p(e_i^-|x_i) p(x_i|e_i^+) \\ &= k \left(p(e_i^-|x_i) p(x_i|e_i^+) \right) \\ &= k \lambda_i(x_i) p_i(x_i) \end{aligned}$$

Donde $k = \frac{1}{p(e_i^-, e_i^+)}$, es una constante de normalización,

$$\lambda_i(x_i) = p(e_i^-|x_i)$$

Son las probabilidades de los padres dado que se tiene en cuenta la evidencia procedente de los hijos de X_i , y

$$p_i(x_i) = p(x_i|e_i^+)$$

Son las probabilidades de los hijos dado que se tiene en cuenta la evidencia procedente de los padres de X_i . Por lo tanto, la función de probabilidad condicionada sin normalizar viene dada por:

$$\beta_i(x_i) = \lambda_i(x_i) p_i(x_i)$$

$$p(x_i|e) = k \beta_i(x_i) \propto \beta_i(x_i)$$

El algoritmo utilizado para obtener inferencia en poliárboles está dado por:

- Dada una red bayesiana (D, P) definida sobre un conjunto de variables X a partir de un poliárbol D y un conjunto de nodos evidenciales E que toman valores $E = e$.

- Como resultado se tiene las funciones de probabilidad condicionada $p(x_i|e)$ para cada nodo $X_i \in E$.

Etapas de iniciación

1. Asignar a todos los nodos evidenciales, $X_i \in E$, las funciones:

- $p_i(x_i) = 1$ si $x_i = e_i$, o $p_i(x_i) = 0$ si $x_i \neq e_i$.
- $\lambda_i(x_i) = 1$ si $x_i = e_i$, o $\lambda_i(x_i) = 0$ si $x_i \neq e_i$.

2. Asignar a todos los nodos $X_i \notin E$ que no tengan padres, la función $p_i(x_i) = p(x_i)$.

3. Asignar a todos los nodos $X_i \notin E$ que no tengan hijos la función $\lambda_i(x_i) = 1$, para todo x_i .

4. Para cada nodo $X_i \notin E$:

- Si X_i ha recibido los mensajes ρ que el nodo U_j envía a su hijo X_i de todos sus padres, calcular $p_i(x_i)$ utilizando:

$$p_i(x_i) = \sum_u p(x_i|u \cup e_i^+) \prod_{j=1}^p p(u_j \cup e_{u_j}^+ x_i)$$

- Si X_i ha recibido los mensajes λ que el nodo Y_j envía a su padre X_i de todos sus hijos, calcular $\lambda_i(x_i)$ utilizando:

$$\lambda_i(x_i) = \prod_{j=1}^c \lambda_{Y_j X_i}(x_i)$$

- Si ya se ha calculado $p_i(x_i)$, entonces, para cada hijo Y_j de X_i tal que X_i haya recibido los mensajes λ del resto de sus hijos, calcular y enviar el mensaje $\rho_{X_i Y_j}(x_i)$. Por lo tanto si X_i ha recibido los mensajes λ de todos sus hijos, entonces puede enviar ya todos los mensajes ρ correspondientes.
- Si ya se ha calculado $\lambda_i(x_i)$, entonces, para cada padre U_j de X_i tal que X_i haya recibido los mensajes ρ del resto de sus padres, calcular y enviar el mensaje $\lambda_{X_i U_j}(u_i)$. Por lo tanto si X_i ha recibido los mensajes ρ de todos sus padres, entonces puede enviar ya todos los mensajes λ correspondientes.

5. Repetir el paso 4 las veces que sea necesario hasta que se calculen las funciones λ y ρ de todos los nodos $X_i \in E$, es decir hasta que no se produzca ni un nuevo mensaje en una iteración completa.
6. Para cada nodo $X_i \in E$, calcular $\beta_i(x_i)$. Estas son las probabilidades no normalizadas correspondientes a $p(x_i, e)$.
7. Para cada nodo $X_i \in E$, calcular $p(x_i|e)$ normalizando la función $\beta_i(x_i)$, es decir $p(x_i|e) = \frac{\beta_i(x_i)}{k}$ donde $k = \sum_{x_i} \beta_i(x_i)$.

Inferencia mediante el Método de condicionamiento

En el caso de redes bayesianas múltiplemente conexas **Figura 25** ya no se cumple la propiedad de que un nodo cualquiera separa el grafo en dos partes inconexas. Por lo tanto, algunas de las propiedades de dependencia aplicadas en el algoritmo de inferencia en poliarboles no pueden ser aplicadas en dicha situación.

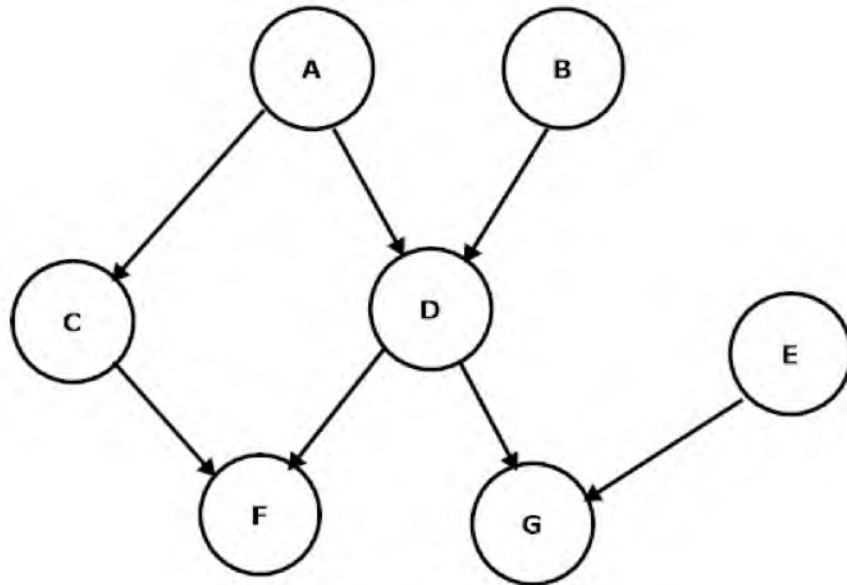


Figura 25: Grafo múltiplemente conexo

La idea básica del algoritmo de condicionamiento es cortar estas vías alternativas de comunicación contenidas en los ciclos asignados un valor arbitrario a un conjunto de nodos. Este conjunto de nodos se suele denominar conjunto de corte.

Esta idea de cortar los bucles para obtener un grafo de estructura más simple puede ser llevada a la práctica utilizando el método denominado absorción de evidencia. Este método muestra que la evidencia puede ser absorbida por el grafo cambiando su topología.

Inferencia bayesiana mediante agrupamiento. El método de agrupamiento, inicialmente desarrollado por Lauritzen y Spiegelhalter (1988), se basa en la construcción de subconjuntos de nodos (aglomerados) que capturen las estructuras locales del modelo probabilístico asociado al grafo. De esta forma, el proceso de propagación de evidencia puede ser realizado calculando probabilidades locales (que dependen de un número reducido de variables), evitando así calcular probabilidades globales (que dependen de todas las variables). El algoritmo de agrupamiento en primer lugar calcula los conglomerados del grafo, posteriormente se obtienen las funciones de probabilidad condicionada de cada conglomerado calculando de forma iterativa varias funciones de probabilidad locales. Por último, se obtiene la función de probabilidad condicionada de cada nodo marginalizando la función de probabilidad de cualquier conglomerado en el que esté contenido. Para el método de agrupamiento en redes bayesianas se tiene una red bayesiana (D, P) , definida en un conjunto de variables X_1, \dots, X_n , la función de probabilidad asociada podría ser factorizada en la forma:

$$p(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n p(x_i | \pi_i)$$

Donde π_i es el conjunto de padres del nodo X_i en D .

En este caso se puede transformar el grafo dirigido en un grafo no dirigido triangulado para poder aplicar el método de agrupamiento. Considerando el grafo no dirigido obtenido triangulando el grafo moralizado del grafo dirigido original, se tiene que cada familia del grafo dirigido estará contenida en algún conglomerado del grafo triangulado.

Este proceso se presenta en el algoritmo siguiente:

Dada una red bayesiana (D, P) definida en un conjunto de variables X y una evidencia $E = e$. Las funciones de probabilidad condicionada $p(x_i | e)$ de cada nodo $X_i \notin E$.

1. Moralizar y triangular el grafo D , obteniendo un grafo no dirigido G .
2. Obtener el conjunto C de los conglomerados de G .
3. Asignar a cada nodo X_i contenido en X a un único conglomerado que contenga a su familia. Sea A_i el conjunto de nodos asociados al conglomerado C_i .
4. Para cada conglomerado $c_i \in C$ definir $\Psi_i(c_i) = \prod_{x_i \in A_i} p(x_i | \pi_i)$. Si $A_i = \emptyset$, definir $\Psi_i(c_i) = 1$.

5. Aplicar el Algoritmo de agrupamiento para la red de Markov (C, Ψ) y a la evidencia $E = e$ para obtener las probabilidades de los nodos.

Inferencia probabilística en árbol de conglomerado

El método de los universos de conocimiento desarrollado por Jensen, transforma el grafo múltiplemente conexo en un árbol de conglomerados asociado al grafo original. Las dos operaciones básicas de distribuir evidencia y agrupar evidencia, se encargan de propagar la evidencia en el árbol de conglomerados de forma eficiente. En las redes bayesianas la representación potencial se construye a través del grafo no dirigido obtenido de la moralización y triangulación del grafo original. Esta representación potencial se obtiene asignando la función de probabilidad condicionada, $p(x_i | \pi_i)$, de cada nodo X_i a la función potencial de un conglomerado que contenga a la familia del nodo.

Por lo tanto, para describir el algoritmo de propagación en árboles de unión se supondrá que se tiene un grafo no dirigido triangulado con conglomerados C_1, \dots, C_m y una representación potencial $\varphi_1(c_1), \dots, \varphi_m(c_m)$. Este algoritmo utiliza un árbol de unión del grafo para propagar evidencia.

Un grafo de conglomerados es definido como un grafo asociado a un grafo G no dirigido si sus aglomerados son sus conglomerados de G . Y árbol de unión es definido como un grafo de conglomerados si es un árbol y todo nodo que pertenezca a dos conglomerados también pertenezca a todos los conglomerados contenidos en el camino que los une.

Algoritmo de inferencia probabilística utilizando un árbol de unión.

Dada una red bayesiana (D, P) sobre un conjunto de variables X y una evidencia $E = e$. Como resultado se tiene la función de probabilidad condicionada $p(x_i | e)$ para cada nodo $X_i \notin E$.

1. Obtener un árbol de familias del grafo D . sea C el conjunto de conglomerados resultante. **Figura 26.**
 - Moralizar el grafo dirigido
 - Triangular el grafo dirigido.
 - Calcular un árbol de unión del grafo resultante.

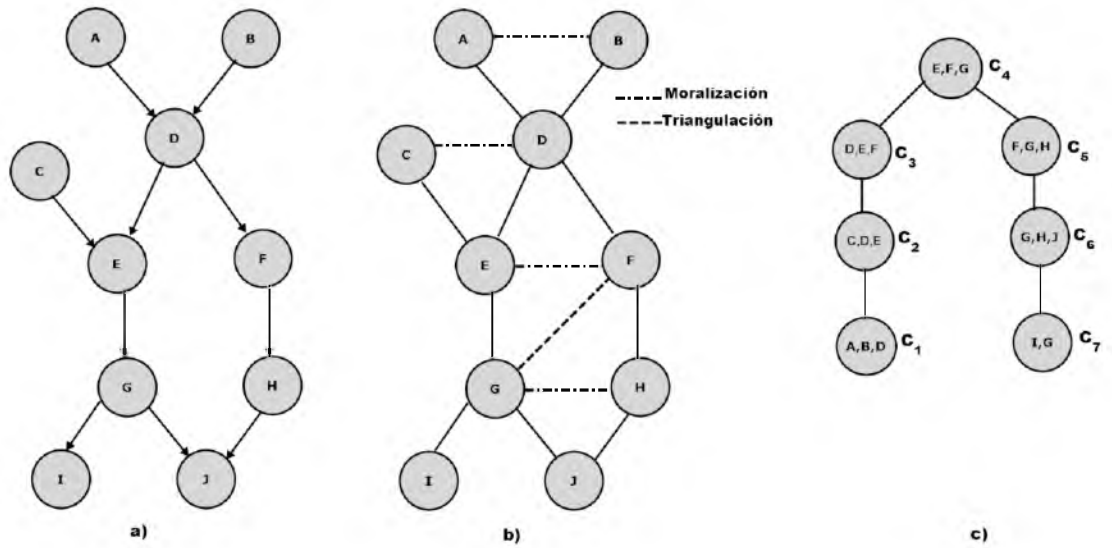


Figura 26: a) Grafo dirigido, b) Moralización y Triangulación del grafo dirigido, c) Árbol de conglomerados

2. Asignar cada nodo X_i a un solo conglomerado que contenga a su familia. Sea A_i el conjunto de nodos asignados a C_i .
3. Para cada conglomerado C_i definir $\varphi_i(c_i) = \prod_{x_i \in A_i} p(x_i | \pi_i)$. Si $A_i = \emptyset$, $\varphi_i(c_i) = 1$.
4. Aplicar el algoritmo de inferencia en poliárboles, para obtener las funciones de probabilidad condicionada de los nodos.

4. APLICACIÓN DE LAS REDES BAYESIANAS EN LA NAVEGACIÓN DEL ROBOT MÓVIL

La autonomía de un robot móvil implica un sistema de navegación automática en donde el robot debe de tener en cuenta la trayectoria a seguir y evitar obstáculos no esperados. Mas sin embargo a simple vista no se cuenta con la certeza de que este pueda tener una interrupción para llegar a su destino, es por eso que existen distintos métodos por los cuales es posible conocer estas probabilidades.

De acuerdo a los métodos de planeación de movimiento de un robot móvil presentado en la sección anterior, en esta tesis se propone el método de planeación mediante métodos probabilísticos (redes bayesianas), para darle solución al problema de navegación automática de un robot móvil en un ambiente no estructurado.

Debido a el alto grado de incertidumbre se modela el sistema de navegación de un robot móvil mediante las redes bayesianas. En la **Figura 27**, se muestra la red bayesiana propuesta en este trabajo para modelar el sistema de navegación de un robot móvil.

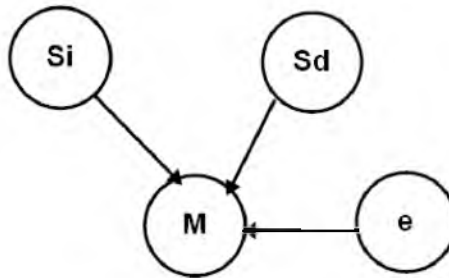


Figura 27: Red bayesiana del sistema de navegación del robot móvil

Al inicio de este trabajo se consideraron tres nodos los cuales representaban sensado (izquierdo y derecho) y movimiento del motor, mas sin embargo con este modelo lo único que se lograría sería una trayectoria en donde el robot solo esquive los obstáculos, por lo que nunca seguiría la trayectoria deseada, es por eso que se propone hacer uso de una red bayesiana dinámica (RBD), esta consiste en una representación de los estados del proceso en un tiempo (red estática) y las relaciones temporales entre dichos procesos (red de transición). Considerando el nodo de dirección del motor como la red de transición. Dicha dirección es obtenida mediante una nueva variable la cual será dada por el error, dicho error consistirá en la diferencia de trayectorias, es decir la trayectoria deseada menos la trayectoria actual.

Por lo tanto tendremos una red bayesiana dirigida acíclica, con cuatro nodos

como se muestra en la **Figura 27**, los cuales representan las variables de percepción (s_d, s_i), movimiento (M) y control (e) de un robot móvil. La estructura de la red nos proporciona información acerca de las dependencias probabilísticas de las variables. En este sistema el movimiento es totalmente dependiente de los nodos del censado y control.

Se proponen tres estados para los nodos de la percepción, estos estados dependen de las distancias posibles a las que se puede encontrar un obstáculo, el nodo de movimiento consta de tres estados estos representan los movimiento posibles que el robot debe de realizar de acuerdo a la distancia del obstáculo detectada por los sensores y el error, dentro del nodo del error se consideran 5 estados estos estados son error en cero, es decir cuando el robot se encuentre en la trayectoria deseada o con un error muy pequeño, error positivo esto sera cuando el robot se encuentre fuera de la trayectoria por el lado derecho, error grande positivo esto se dará cuando el robot este muy alejado a mayor de 30 cm de la trayectoria deseada, por lo contrario se tendrá lo que es el error negativo, el error negativo se dará cuando el robot se encuentre del lado izquierdo de la trayectoria deseada.

Teniendo los estados de los nodos se procedieron a obtener las probabilidades marginales, como se muestra en la **Figura 28**.

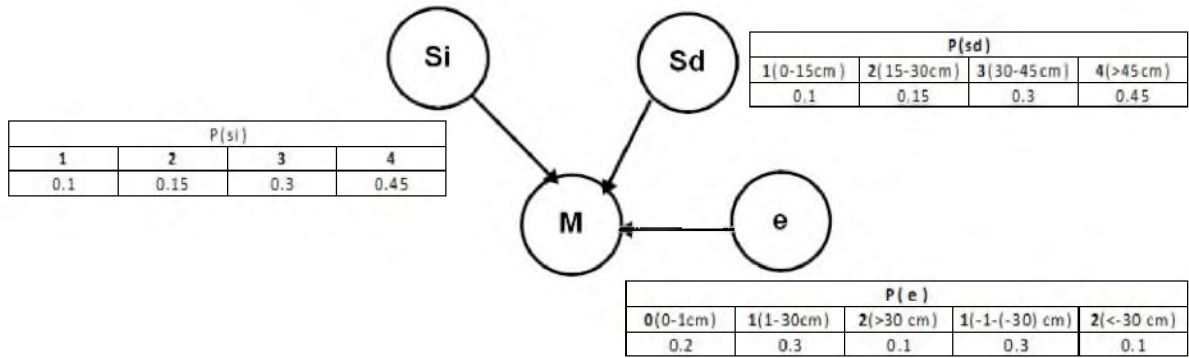


Figura 28: Tablas de probabilidades marginales

La tabla de las probabilidades conjuntas, crece de acuerdo al número de padres, por lo que en este caso solo se presenta un ejemplo de estas probabilidades, ver **Tabla 1**.

s_d	s_i	e	M_I	M_C	M_D
1	1	1	0.44	0.09	0.47
2	2	2	0.37	0.20	0.43
3	3	3	0.13	0.51	0.36
1	1	4	0.49	0.08	0.43
2	2	5	0.45	0.19	0.36

Tabla 1: Tabla de probabilidades condicionales conjuntas

4.1. Obtención de formulas para el calculo de la probabilidad conjunta condicional

Las probabilidades conjuntas crecen, de acuerdo al número de padres y de acuerdo al estado de los nodos, por lo que si el número de estados incrementa, esta tabla crece de manera exponencial, por lo que de acuerdo a estos datos se formularon unas ecuaciones, las cuales nos proporcionarán, las probabilidades condicionales.

Para esto se tienen tres casos :

1. Para cuando ambos sensores detecten algún objeto en el mismo rango de distancia (estado).

$$P(M_I) = \frac{1}{N_m} + c(N_{es} - s_d) - \frac{e}{100} + N_m \left(\frac{e}{100}\right) dir I(e)$$

$$P(M_D) = \frac{1}{N_m} + c(N_{es} - s_d) - \frac{e}{100} + N_m * \left(\frac{e}{100}\right) dir D(e)$$

Para $k = 1, \dots, (N_m - 2)$

$$P(M_{Ck}) = \frac{1}{N_m} + c(N_{es} - s_d) - \frac{e}{100}$$

2. Para cuando el estado del sensor izquierdo sea mayor que el del sensor derecho.

$$P(M_I) = \frac{1}{N_m} + c(N_{es} - s_i) + (N_m - 1) * \left(\frac{1}{s_i * 10}\right) (s_i - s_d) - \frac{e}{100} + N_m \left(\frac{e}{100}\right) dir I(e)$$

$$P(M_D) = \frac{1}{N_m} + c(N_{es} - s_i) - N_m * \left(\frac{1}{s_i * 10}\right) (s_i - s_d) - \frac{e}{100} + N_m \left(\frac{e}{100}\right) dir D(e)$$

Para $k = 1, \dots, (N_m - 2)$

$$P(M_{Ck}) = \frac{1}{N_m} + c(N_{es} - s_i) + \frac{1}{N_m - 2} * \left(\frac{1}{s_d * 10}\right) (s_d - s_i) - \frac{e}{100}$$

3. Para cuando el estado del sensor derecho sea mayor que el del sensor izquierdo.

$$P(M_I) = \frac{1}{N_m} + c(N_{es} - s_d) - N_m * \left(\frac{1}{s_d * 10}\right)(s_d - s_i) - \frac{e}{100} + N_m \left(\frac{e}{100}\right) dirI(e)$$

$$P(M_D) = \frac{1}{N_m} + c(N_{es} - s_d) + (N_m - 1) * \left(\frac{1}{s_d * 10}\right)(s_d - s_i) - \frac{e}{100} + N_m \left(\frac{e}{100}\right) dirD(e)$$

Para $k = 1, \dots, (N_m - 2)$

$$P(M_{Ck}) = \frac{1}{N_m} + c(N_{es} - s_d) + \frac{1}{N_m - 2} * \left(\frac{1}{s_d * 10}\right)(s_d - s_i) - \frac{e}{100}$$

En donde:

N_m = Número de estados del movimiento

N_{es} = Número de estados del sensado

La constante c es obtenida a partir de la siguiente formula:

$$c = \frac{P_{inicial} - \frac{1}{N_m}}{N_s}$$

Para $1 \leq P_{inicial} > \frac{1}{N_m}$

Esto con la finalidad de no obtener una constante nula o de valor negativo. Se considera como probabilidad inicial a la probabilidad del estado menor, por lo tanto si ambos sensores detectan un obstáculo en el mismo rango de distancia, la probabilidad de moverse ya sea a lado izquierdo o derecho sera la misma, teniendo la mínima probabilidad de moverse al centro, ya que existe un punto en el que se interceptan los conos de detección de los sensores debido a sus ubicaciones, por lo que existe mayor riesgo de que el obstáculo pueda estar ubicado enfrente del robot. Por dicha razón en este trabajo se propone una probabilidad inicial de 0.4.

$\frac{1}{N_m}$ = Puede considerarse como una probabilidad del estado mayor. Esto es debido a que cuando la distancia detectada por los sensores sea muy grande, las probabilidades de movimiento pueden ser distribuidas equitativamente a los movimientos del robot, ya que si el objeto está muy lejos este tiene la libertad de moverse a cualquiera de las posiciones sin temor de colisionar.

Ahora bien en las ecuaciones anteriores tenemos una función que depende del error esta se define de la siguiente manera;

$$\begin{aligned} dirD(e) &= \begin{cases} 1 & e \geq 0 \end{cases} \\ dirI(e) &= \begin{cases} 1 & e < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Si observamos en las formulas, para cuando los estados son iguales la probabilidad de movimiento parecerá ser repartida de igual forma para ambas posiciones, más sin embargo el error definirá el movimiento. De acuerdo a la diferencia de distancias de los estados del nodo de percepción, la probabilidad condicional del movimiento es inversamente proporcional a la distancia.

4.2. Obtención del error

Ahora bien, se ha estado hablando del error, pero en sí qué es el error y como se obtiene. El error está dado por la diferencia de trayectorias, es decir por la diferencia de la trayectoria deseada y la trayectoria que el robot genera de acuerdo al entorno al cual se encuentra. Este error es obtenido mediante unas fórmulas que a continuación se presentan, se consideran dos tipos de errores, uno negativo y otro positivo, el error positivo estará dado cuando el movimiento del robot sea del lado derecho de la trayectoria dada, y el error negativo será cuando el movimiento del robot sea del lado izquierdo.

Teniendo una posición inicial y una posición deseada, trazamos un recta la cual nos lleva al objetivo, en donde su ecuación esta dada por la siguiente ecuación.

$$f(x) = mx + b$$

La constante $b = 0$, ya que se considera la posición inicial como el origen en el plano cartesiano, ver **Figura 29**.

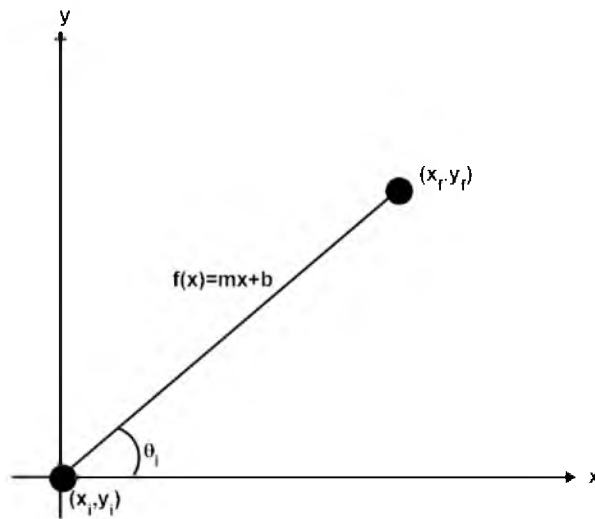


Figura 29: Trayectoria deseada

La pendiente de la recta puede ser obtenida a partir de los puntos inicial y final.

$$m = \frac{(x_f - x_i)}{(y_f - y_i)}$$

El ángulo inicial de la trayectoria es obtenida a partir de:

$$\theta_i = \tan^{-1} \left(\frac{(x_f - x_i)}{(y_f - y_i)} \right)$$

Ahora bien el error estará dado mediante la siguiente formula.

$$e = f(x) - y_{actual}$$

Donde la posición y_{actual} es la posición del robot en el plano cartesiano, esta variable es obtenida a partir de las siguientes formulas.

$$y_{actual} = y_{anterior} + d * \sin(\theta)$$

En donde:

$$d = \text{avance del robot}$$

$$\theta = \theta_{anterior} + (\pm\alpha)$$

El ángulo θ corresponde al ángulo en el cual se encuentra el robot con respecto al eje de coordenadas, α es el ángulo de giro del robot, en nuestro caso es de 45, su signo dependerá hacia donde gire, si gira al lado derecho su signo será negativo. $\theta_{anterior}$ corresponde al ángulo en el cual se encontraba el robot con respecto al eje de coordenadas antes de estar en el punto actual.

Para conocer $f(x)$, necesitamos conocer las coordenadas en donde se ubica el robot, para esto como solo se conoce el avance y el ángulo de giro, lo obtendremos mediante las siguientes formulas:

$$d_x = d * \cos(\theta)$$

$$x = d_x + x_{anterior}$$

Sustituimos el valor de x en la función $f(x)$ por lo que obtenemos la siguiente ecuación:

$$f(x) = m * (d_x + x_{anterior})$$

Teniendo el valor de $f(x)$ y la posición actual del robot se procede a la obtención del error, si el resultado de esta diferencia es positiva, esto nos indicara que el robot se encuentra del lado derecho de la trayectoria deseada, por lo que se toma ese valor como el valor del error positivo, ahora bien si es contrario es decir negativo, se utilizara otra fórmula para obtener el valor del error negativo, el cual para eso será una diferencia de las coordenadas del eje x .

donde el error negativo estará dado por la diferencia de posiciones en el eje x ;

$$e_- = x_2 - x$$

donde x_2 sera despejado de la función de la trayectoria;

$$x_2 = \frac{f(x)}{m}$$

Para este caso $f(x)$ corresponde a la posición y_{actual} del robot.

$$f(x) = y_{actual}$$

Dependiendo del valor del error se asignan los estados correspondientes, para la obtención de probabilidades condicionales. A continuación se muestra gráficamente el comportamiento del error, ver **Figura 30**.

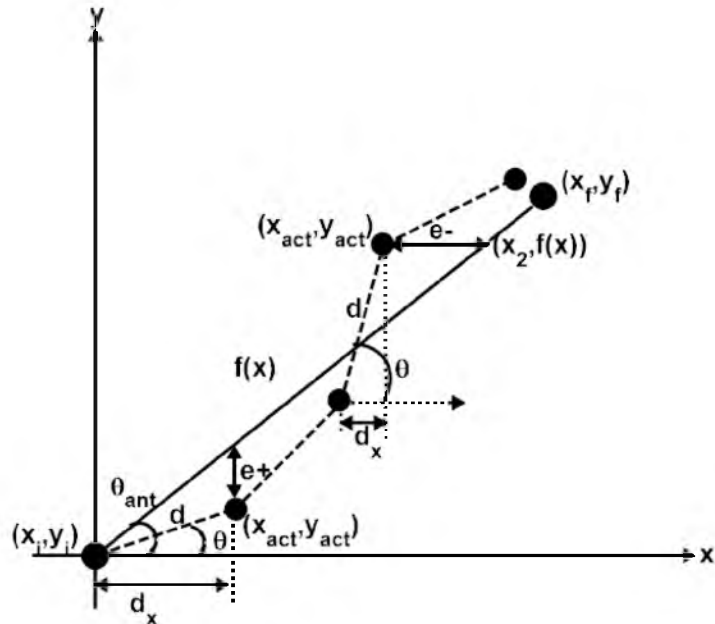


Figura 30: Representación gráfica del error

De acuerdo a estos datos obtenidos, y a las ecuaciones propuestas, se procede a obtener la realización del algoritmo de inferencia probabilística.

4.3. Proceso de inferencia por árbol de conglomerados

Este método transforma el grafo múltiplemente conexo en un árbol de conglomerados asociado al grafo original. Las dos operaciones básicas de distribuir evidencia y agrupar evidencia, se encargan de propagar la evidencia en el árbol de conglomerados de forma eficiente.

En el caso de redes Bayesianas, la representación potencial se construye a través de grafo no dirigido obtenido moralizando y triangulando el grafo original. Esta representación potencial se obtiene asignando la función de probabilidad condicionada, $p(x_i|\pi_i)$, de cada nodo X_i a la función potencial de un conglomerado que contenga a la familia del nodo.

A continuación mostramos el proceso de inferencia, para la red bayesiana del sistema de navegación del robot móvil.

1. Obtener un árbol de familias del grafo D , sea C el conjunto de conglomerados resultantes.
 - Moralización: El proceso de moralización se basa en la unión de todos los padres, de la red bayesiana. En la **Figura 31**, podemos observar dicho proceso.

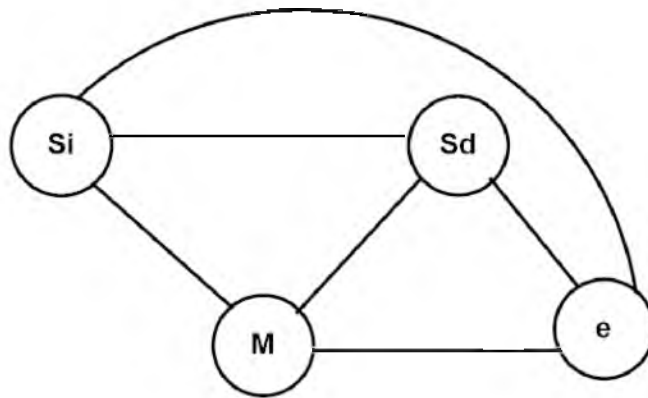


Figura 31: Red bayesiana moralizada

- Triangulación, el grafo obtenido de la moralización quedo de la forma triangularizada por lo que no necesita ningún proceso adicional.
- Construcción del árbol de conglomerados, **Figura 32**.

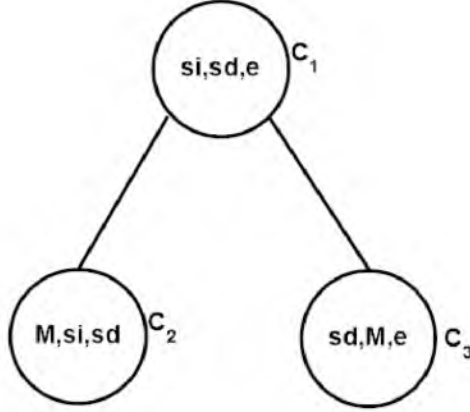


Figura 32: Árbol de conglomerados

2. Asignar cada nodo X_i a un solo conglomerado que contenga a su familia. Sea A_i el conjunto de nodos asignados al conglomerado de C_i
3. Para cada conglomerado C_i se define $\psi_i(c_i) = \prod_{x_i \in A_i} p(x_i | \pi_i)$, si $A_i = \emptyset$ entonces definir $\psi_i(c_i) = 1$.

Representación potencial de Markov

$$\psi_1(s_i, s_d, e) = p(s_i)p(s_d)p(e)$$

$$\psi_2(s_i, s_d, M) = p(M | s_i, s_d)$$

$$\psi_3(s_d, e, M) = p(M | e, s_d)$$

Por lo tanto la función de probabilidad conjunta, mediante la representación potencial esta dada por la siguiente ecuación:

$$p(s_i, s_d, e, M) = \psi_1(s_i, s_d, e)\psi_2(s_i, s_d, M)\psi_3(s_d, e, M)$$

En la **Tabla 2** se muestran solo un ejemplo de los valores numéricos correspondientes ya que debido al gran número de estados de los nodos nos generan una tabla de 48 combinaciones.

s_i	s_d	e	$\psi_1(s_i, s_d, e)$
1	1	1	0.002
1	1	2	0.003
1	1	3	0.001
1	1	4	0.003
1	1	5	0.001
1	2	1	0.003
1	2	2	0.045
1	2	3	0.0015
1	2	4	0.045
1	2	5	0.0015
1	3	1	0.006
1	3	2	0.009
1	3	3	0.003
1	3	4	0.009
1	3	5	0.003

s_i	s_d	M	$\psi_2(s_i, s_d, M)$
1	1	I	0.45
1	1	C	0.1
1	1	D	0.45
1	2	I	0.24
1	2	C	0.26
1	2	D	0.49
1	3	I	0.16
1	3	C	0.34
1	3	D	0.50
1	4	I	0.11
1	4	C	0.41
1	4	D	0.48

e	s_d	M	$\psi_3(M e, s_d)$
1	1	I	0.077
1	1	C	0.47
1	1	D	0.453
1	2	I	0.09
1	2	C	0.29
1	2	D	0.62
1	3	I	0.1
1	3	C	0.2
1	3	D	0.7
1	4	I	0.05
1	4	C	0.1
1	4	D	0.85

Tabla 2: Valores numéricos de la representación potencial

4. Utilización del algoritmo de inferencia probabilística por árbol de conglomerados en las redes de Markot.

- Etapa iterativa.

Se definen los separadores correspondientes a la cadena de conglomerados.

$$S_{12} = C_1 \cap C_2 = \{s_i, s_d\}$$

$$S_{13} = C_1 \cap C_3 = \{s_d, e\}$$

En la **Figura 33** se muestra la representación gráfica de los separadores.

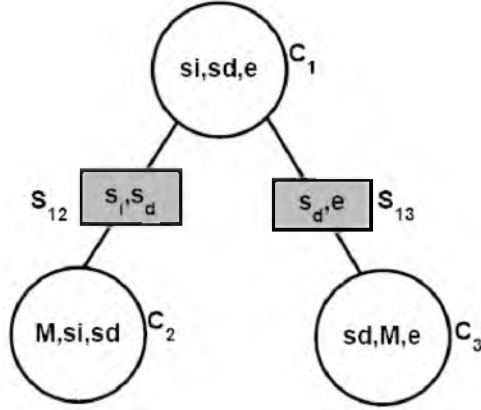


Figura 33: Conjuntos separadores del árbol de unión

El algoritmo procede enviando mensajes entre conglomerados vecinos en el árbol de unión. La **Figura 34** muestra el orden en el que se calculan y envían estos mensajes. Las flechas indican los mensajes y los números denotan el orden en que son calculados.

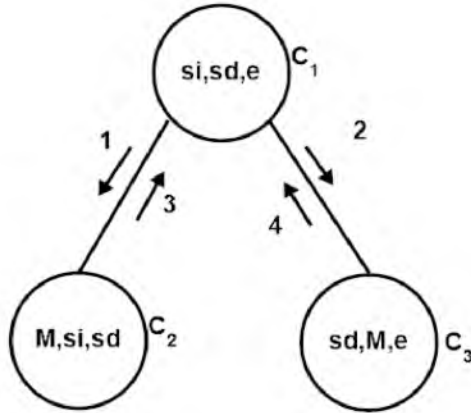


Figura 34: Orden en el que se calculan y envían los mensajes

Se tienen los mensajes siguientes:

- Para los vecinos C_1 y C_2 , se calcula el mensaje $M_{12}(S_{12})$ el cual se envía al conglomerado C_2 . Por lo tanto se tiene:

$$M_{12}(S_{12}) = \sum_{c_1 \setminus S_{12}} \psi_1(c_1)$$

Por lo tanto

$$M_{12}(s_i, s_d) = \sum_e \psi_1(s_i, s_d, e),$$

De acuerdo al numero de estados de los nodos, solo les presentaremos un breve ejemplo de los mensajes.

$$M_{12}(1,1) = \psi_1(1,1,1) + \psi_1(1,1,2) + \psi_1(1,1,3) + \psi_1(1,1,4) + \psi_1(1,1,5) = 0.01$$

$$M_{12}(1,2) = \psi_1(1,2,1) + \psi_1(1,2,2) + \psi_1(1,2,3) + \psi_1(1,2,4) + \psi_1(1,2,5) = 0.096$$

$$M_{12}(1,3) = \psi_1(1,3,1) + \psi_1(1,3,2) + \psi_1(1,3,3) + \psi_1(1,3,4) + \psi_1(1,3,5) = 0.03$$

⋮

⋮

$$M_{12}(4,4) = \psi_1(4,4,1) + \psi_1(4,4,2) + \psi_1(4,4,3) + \psi_1(4,4,4) + \psi_1(4,4,5) = 0.202$$

- Para los vecinos C_1 y C_3 , se calcula el mensaje $M_{13}(S_{13})$ el cual se envía al conglomerado C_3 .

$$M_{13}(S_{13}) = \sum_{c1 \setminus S_{13}} \psi_1(C_1)$$

$$M_{13}(s_d, e) = \sum_{s_i} \psi_1(s_i, s_d, e)$$

De lo cual se obtiene:

$$M_{13}(1,1) = \psi_1(1,1,1) + \psi_1(2,1,1) + \psi_1(3,1,1) + \psi_1(4,1,1) = 0.02$$

$$M_{13}(1,2) = \psi_1(1,1,2) + \psi_1(2,1,2) + \psi_1(3,1,2) + \psi_1(4,1,2) = 0.03$$

⋮

⋮

$$M_{13}(4,4) = \psi_1(1,4,4) + \psi_1(2,4,4) + \psi_1(3,4,4) + \psi_1(4,4,4) = 0.045$$

- C_1 ya ah enviado todos los mensajes correspondientes por lo que ahora es momento de recibir los mensajes de sus vecinos, por lo tanto se proceden a obtener los mensajes $M_{21}(S_{12})$ y $M_{31}(S_{13})$.

$$M_{21}(s_i, s_d) = \sum_M \psi_2(s_i, s_d, M)$$

Esto es:

$$M_{21}(1, 1) = \psi_2(1, 1, I) + \psi_2(1, 1, C) + \psi_2(1, 1, D) = 1$$

$$M_{21}(1, 2) = \psi_2(1, 2, I) + \psi_2(1, 2, C) + \psi_2(1, 2, D) = 0.99$$

⋮

$$M_{21}(4, 4) = \psi_2(4, 4, I) + \psi_2(4, 4, C) + \psi_2(4, 4, D) = 0.99$$

Para $M_{31}(S_{13})$, se tiene:

$$M_{31}(s_d, e) = \sum_M \psi_3(s_d, e, M)$$

Esto es:

$$M_{31}(1, 1) = \psi_1(1, 1, I) + \psi_1(1, 1, C) + \psi_1(1, 1, D) = 1$$

$$M_{31}(1, 2) = \psi_1(1, 2, I) + \psi_1(1, 2, C) + \psi_1(1, 2, D) = 1$$

⋮

$$M_{31}(4, 5) = \psi_1(4, 4, I) + \psi_1(4, 4, C) + \psi_1(4, 4, D) = 1$$

1. Posteriormente se calculan las funciones de probabilidad de los conglomerados.

$$p(c_1) = p(s_i, s_d, e) = \psi_1(s_i, s_d, e) M_{21}(s_i, s_d) M_{31}(s_d, e)$$

$$p(c_2) = p(M, s_i, s_d) = \psi_2(M, s_i, s_d) M_{12}(s_i, s_d)$$

$$p(c_3) = p(s_d, e, M) = \psi_3(s_d, M, e) M_{13}(s_d, e)$$

En la **Tabla 3** podremos observar algunos de los valores numéricos de estas funciones.

s_i	s_d	e	$p(s_i, s_d, e)$
1	1	1	0.002
1	1	2	0.003
1	1	3	0.001
1	1	4	0.003
1	1	5	0.001

s_i	s_d	M	$p(s_i, s_d, M)$
1	1	I	0.0045
1	1	C	0.001
1	1	D	0.0045

s_d	e	M	$p(s_d, e, M)$
1	1	I	0.00154
1	1	C	0.0094
1	1	D	0.00906

Tabla 3: Valores numéricos de las funciones de probabilidad

1. Posteriormente se calculan las funciones de probabilidad condicionada de los nodos.

Para esto se trabajo con el software Bayes Net matlab.

A continuación se muestra el código utilizado.

Código 1: Ejemplo de inferencia del sistema de navegacion del robot movil

```

N=4; % numero de nodos.
dag = zeros(N,N) % definimos el grafo dirigido aciclico como
una matriz de NxN de adyacencia
e= 1; sd = 2; si = 3; M = 4; % definimos los nodos
dag(e,M) = 1;
dag(sd,M) = 1;
dag(si,M) = 1;

discrete_nodes = 1:N; % se define con que tipo de datos se
trabaja. en nuestro caso es discreto
node_sizes = [5 4 4 3]; % se definen el tamaño de cada nodo
bnet = mk_bnet(dag, node_sizes, 'discrete', discrete_nodes);
% creamos la red
% asignamos la distribucion de probabilidades probabilidades
para cada variable de la red
bnet.CPD{e} = tabular_CPD(bnet, e, [0.2 0.2 0.2 0.2 0.2]);

```

```

bnet.CPD{sd} = tabular_CPD(bnet, sd, [0.1 0.15 0.30 0.45]);
bnet.CPD{si} = tabular_CPD(bnet, sd, [0.1 0.15 0.30 0.45]);
%————Probabilidades condicionales, P(M|e,sd,si)————
V=[0.44 0.43 0.42 0.49 0.51 0.23 0.22 0.21 0.28 0.30 0.15
    0.14 0.13 0.2 0.22 0.1 0.09 0.08 0.15 0.17 0.48 0.47 0.46
    0.53 0.55 0.38 0.37 0.36 0.43 0.45 0.25 0.24 0.23 0.3 0.32
    0.17 0.16 0.15 0.22 0.24 0.49 0.48 0.47 0.54 0.56 0.42
    0.41 0.4 0.47 0.49 0.35 0.34 0.33 0.4 0.42 0.25 0.24 0.23
    0.3 0.32 0.47 0.46 0.45 0.52 0.54 0.42 0.41 0.4 0.47 0.49
    0.37 0.36 0.35 0.42 0.44 0.32 0.31 0.3 0.37 0.39 0.09 0.08
    0.07 0.08 0.07 0.26 0.25 0.24 0.25 0.24 0.33 0.32 0.31
    0.32 0.31 0.4 0.39 0.38 0.39 0.38 0.26 0.25 0.24 0.25 0.24
    0.21 0.2 0.19 0.2 0.19 0.3 0.29 0.28 0.29 0.28 0.37 0.36
    0.35 0.36 0.35 0.33 0.32 0.31 0.32 0.31 0.3 0.29 0.28 0.29
    0.28 0.27 0.26 0.25 0.26 0.25 0.35 0.34 0.33 0.34 0.33
    0.4 0.39 0.38 0.39 0.38 0.37 0.36 0.35 0.36 0.35 0.35 0.34
    0.33 0.34 0.33 0.32 0.31 0.3 0.31 0.3 0.47 0.49 0.51 0.43
    0.42 0.51 0.53 0.55 0.47 0.46 0.52 0.54 0.56 0.48 0.47
    0.5 0.52 0.54 0.46 0.45 0.26 0.28 0.3 0.22 0.21 0.41 0.43
    0.45 0.37 0.36 0.45 0.47 0.49 0.41 0.4 0.45 0.47 0.49 0.41
    0.4 0.18 0.2 0.22 0.14 0.13 0.28 0.3 0.32 0.24 0.23 0.38
    0.4 0.42 0.34 0.33 0.4 0.42 0.44 0.36 0.35 0.13 0.15 0.17
    0.09 0.08 0.2 0.22 0.24 0.16 0.15 0.28 0.3 0.32 0.24 0.23
    0.35 0.37 0.39 0.31 0.3];

%————
bnet.CPD{M} = tabular_CPD(bnet, M, V)
%teniendo la red definida se procede a obtener la inferencia
    bayesiana
%Teniendo las evidencias, las cuales son las distancias
    detectadas por los
%sensores, podemos hacer uso de la inferencia para calcular
    las
%probabilidades de movimiento.
%para la inferencia se tiene que crear un arbol de
    conglomerados, donde los
%padres se unen con los otros padres, de esto resulta un

```

```

    grafo aciclico no
%dirigido.
%Como ejemplo, suponemos que el robot se encontro un objeto
    a 15 cm del
%lado izquierdo y un objeto a 40, con un error de 0.
engine = jtree_inf_engine(bnet);
evidence = cell(1,N);
evidence{e} = 1;
evidence{sd} = 1;
evidence{si} = 3;
[engine2, loglik] = enter_evidence(engine, evidence);
marg = marginal_nodes(engine2, M);
marg.T

```

De acuerdo al resultado de las probabilidades marginales, el robot tendera a moverse del lado izquierdo, esto es debido a la diferencia de distancias detectadas por los sensores.

4.4. Resultados

De acuerdo a los resultados arrojados en el programa se realizó una representación gráfica de la trayectoria que el robot tiende a seguir, en un entorno no estructurado, en la **Figura 35** podemos observar una trayectoria en donde la diferencia de trayectorias no es considerada, lo cual provoca que el robot simplemente evada los obstáculos, sin la responsabilidad de volver a la trayectoria deseada, a diferencia de la trayectoria mostrada en la **Figura 36** esta tiende a regresar a la trayectoria deseada y evadir los obstáculos que se encuentra en su camino.

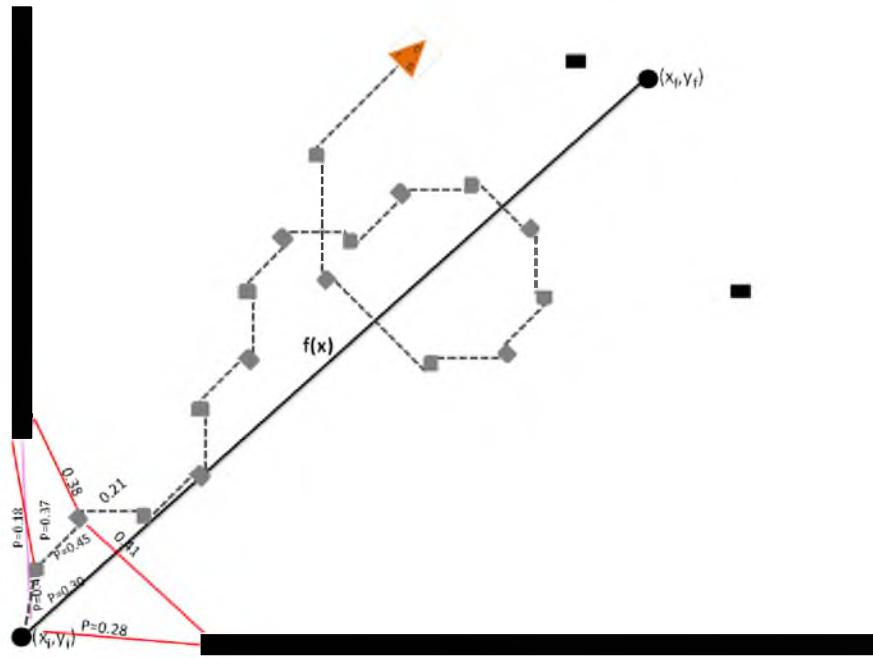


Figura 35: Seguimiento de trayectoria sin error

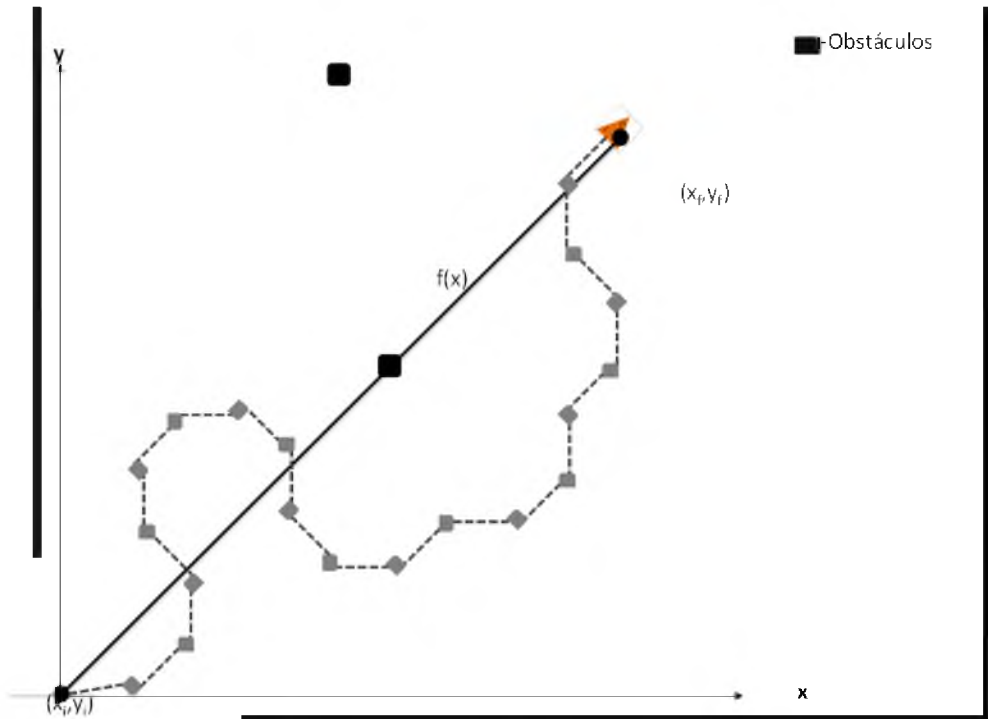


Figura 36: Seguimiento de trayectoria considerando el error

5. CONCLUSIÓN

En este trabajo de tesis se presento una metodología innovadora para resolver el problema de navegación de un robot móvil, en un ambiente totalmente desconocido, por medio de relaciones estocásticas (redes bayesianas). Las redes bayesianas permitieron modelar, de manera gráfica, el sistema de navegación del robot a fin de generar una trayectoria desde su origen (punto inicial) hasta el objetivo final, sin colisionar con objetos. Para esto se consideraron dos sensores ultrasónicos como sistema de percepción del robot, limitando su información en cuatro intervalos fijos y dos movimientos del robot izquierda y derecha con un angulo de 45° . Con estos datos se calculo la probabilidad de la dirección que tomará el robot en caso de que el sistema de percepción localice un objeto dentro de su rango de trabajo. Durante este trabajo fue necesario el estudio de sistemas probabilísticos para poder entender y utilizar las Redes Bayesianas en el sistema de navegación. Así como el calculo de inferencia y las tablas de probabilidades condicionales. Seria deseable, para trabajos futuros, incrementar las evidencias para la entrada de la red así como los estados medibles para el robot. Esto seria posible aumentando el número de sensores y disminuyendo el tamaño de los intervalos de medición. Sin embargo esto se deja como propuesta para trabajos futuros.

Bibliografía

- [1] BAMBINO. Una introducción de los robots móviles. 2008.
- [2] BARBER, D. *Bayesian Reasoning and Machine Learning*. Cambridge, 2010.
- [3] BATURONE, A. O. *Robótica manipuladores y robots móviles*. Barcelona, 2001.
- [4] BRUNO SICILIANO, LORENZO SCIAVICCO, L. V. G. O. *Robotics Modelling, Planning and Control*. 2009.
- [5] CHARNIAK, E. Bayesian networks without tears. *The American Association for Artificial Intelligence* (1991).
- [6] CORPORATIVO, H. <http://www.honda.mx/asimo>.
- [7] DAPHNE KOLLER, N. F. *Probabilistic Graphical Models, principles and techniques*. Cambridge Massachusetts, London, England, 2009.
- [8] DE GARIBAY PASCUAL, J. R. Robotica: Estado del arte. *Universidad de Deusto*.
- [9] ENRIQUE CASTILLO, JOSÉ MANUEL GUTIÉRREZ, A. S. H. *Sistemas Expertos y Modelos de Redes Probabilísticas*.
- [10] JOSEPH L. JONES, ANITA M. FLYNN, B. A. S. *Mobile Robots*. 1998.
- [11] LAURITZEN, S. L. *Graphical Models*. Oxford New York, 1996.
- [12] MIGUEL A. FERNÁNDEZ L., DAVID FERNÁNDEZ S., C. V. P. *Planificación de trayectorias para un Robot Móvil*. PhD thesis, Universidad Complutense Madrid, Facultad de Informática, 2010.
- [13] PEARL, J. *Probabilistic Reasoning in Intellingent Systems: NeNetworks of Plausible Inference*. Los Angeles, California, 1988.
- [14] ROLAND SIEGWART, I. R. N. *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. 2004.